HV.
H.Bbg.
905

HV.
H. Bbg.
905

1817.
I

Schumann

Unterricht
in der
Rechenkunst

II Bb
405

H.V.
H. Bbg. 905

27 Dec
1841

Entwurf

eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollſtändigen

Unterrichts

in

der gemeinen Rechenkunſt

theoretiſch und praktiſch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben

von

Franz Michael Schumm,
Verwalter.

HISTORISCHER VEREIN
BAMBERG

Erſtes Heft,

die

Grundrechnung in ungenannten ganzen Zahlen nebſt den nöthigen Vorbegriffen und Vorkenntniſſen enthaltend.

Bamberg 1817,
bei Vincenz Dederich.

Staatsbibliothek
Bamberg
Bibl. des Histor. Vereins

Vorrede.

So nothwendig dem Menſchen das Leſen und Schreiben iſt, ſo nothwendig iſt ihm auch das Rechnen. Ohne Erſteres kann er nicht die gehörige Bildung erhalten, und ohne Letzteres weder eigene, noch fremde Ökonomie ordentlich und ſicher führen lernen, unabgeſehen von dem, daß ſelbſt die Erlernung mancher Wiſſenſchaft eine Kenntniß vom Rechnen vorausſetzet. Sogar zum vollſtändigen Leſen und Verſtehen, was man geleſen hat, iſt es oft erforderlich.

Daher beginnt nach der Volksſprache mit Recht die Bildung der Jugend nebſt moraliſcher Erziehung vom Unterrichte im Leſen, Schreiben und Rechnen. Daß aber der Unterricht im Rechnen beſonders dem ſchriftlichen Rechnen bei aller Anſtrengung der Lehrer immer noch nicht ſo allgemein gut und förderlich, als jener im Leſen und Schreiben gedeihen will, mag der Grund hauptſächlich darin liegen, weil die leichtfertige Jugend die erſten ſpekulativen Regeln der Rechenkunſt kaum

lernt, gleich wieder vergeſſen hat, und mancher Lehrer darüber verdrüßig nicht weiter nachdenket, wie dieſelbe tiefer und feſter einzuprägen ſeien.

Sind die erſten Lehren des Lehrers auch noch ſo gut, und hat ſolche der Lehrling nicht gedruckt oder geſchrieben in einem gemeinfaßlichen, zuſammenhängenden Vortrage zur eigenen fleißigen Nachleſe und Selbſteinprägung in Händen, ſo vergißt er ſie. Giebt hierauf der Lehrer einen vorrückenden neuen Unterricht, ohne daß der erſte tief gefaßt iſt, ſo wird er dem Lehrling unverſtändlich, erreget dadurch Eckel und Mismuth, ſo, daß gleich an möglicher Erlernung der Rechenkunſt verzweifelt wird. Will derſelbe aus verſchiedenen Rechenbüchern ſich Raths erholen, und aus eigenem Muthe die Erlernung der Rechenkunſt daraus für ſich erzwingen, ſo wird er dadurch noch Verzweiflungsvoller, weil ihm einerſeits dieſe Erlernungsart zu langweilig wird, und er anderſeits ohne erhaltene, nicht irreführende Grundbegriffe bald auf Sätze ſtößt, welche ihm durchaus unerklärbar ſcheinen.

Auch haben alle bisher erſchienenen, wenigſtens viel bekannten Rechenbücher das Mangelhafte an ſich, daß in denſelben weder die nöthigen Vorbegriffe und Vorkenntniſſe, noch die erſten Rech-

nungsarten ſowohl in ganzen, als gebrochenen Zahlen, worauf doch alles Rechnen ſich gründet, gemeinfaßlich, gründlich und vollſtändig genug gegeben ſind.

Bei meinem ehemaligen Privatunterrichte, unter andern auch in der gemeinen Rechenkunſt, habe ich dieſe überzeugung vollends gewonnen, daher gleich zum Behufe desſelben die natürlich und faßlich aufeinander folgenden Lehrſätze in eigenen Heften bearbeitet und ſchriftlich mitgetheilt, durch deren Gebrauch die Lehrlinge auch im Rechnen die leichteſten und beſten Fortſchritte machten.

Dadurch aufgemuntert, und von der Wahrheit durchdrungen, daß nur die Kenntniß im Rechnen aller ſoliden menſchlichen Ökonomie zum Grunde liegt, und bei der Jugend ſelbſt die Ordnung im Denken herbeiführt, faßte ich ſogar bei meinen dermaligen vielen Berufsarbeiten den Entſchluß, die alten Hefte in den wenigen freien Nebenſtunden durchzugehen, mit Zuſätzen aus nachgeleſenen beſten Rechenbüchern zu bereichern, und ſo bearbeitet nach und nach im Drucke herauszugeben.

Vorrede.

Mein Wunſch iſt alſo lediglich damit zur allgemein guten und förderlichen Erlernung der Rechenkunſt, einer ſo edlen, als für die Jugend und das Geſchäftsleben nützlichen Wiſſenſchaft Etwas beizutragen. Nur die Erreichung deſſelben wird eine hinlängliche Belohnung für dieſe beſondere mühſame Arbeit ſeyn.

Bamberg im Juli 1817.

Der Verfaſſer.

Erſter Unterricht

die

nöthigen Vorbegriffe und Vorkenntniſſe betreffend.

I. Abſchnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 1.

Die Rechenkunſt iſt eine Wiſſenſchaft von Zahlen.

Eine Zahl an und für ſich nach ihrem Urſprnuge betrachtet, iſt die Beſtimmung des wie vielmal eins? oder wie vielmal das nämliche? Bei Dingen einerlei Art; z. B. Gulden und Gulden — Klafter und Klafter — Pfund und Pfund.

Demnach ein Ding einmal genommen, z. B. einen Gulden, oder das nämliche Ding mehrmal genommen, d. h. zu ſich ſelbſt geſetzt; z. B. ein, und noch ein Gulden (zwei Gulden) wird durch eine Zahl (Zahlwort) kurz ausgedrückt, alſo beſtimmt, wie vielmal es geſchehen ſei.

Eins, oder das unbeſtimmte abänderliche Geſchlechtswort ein, eine, ein, in der Bedeutung nur ein, nur eine, nur ein, iſt alſo die Stammzahl, oder das Stammwort, woraus alle andere Zahlen, oder Zahlwörter entſpringen; denn von eins wird an — fort — und wieder dahin zurück gezählt, als: eins und eins iſt zwei, zwei und eins iſt drei, ꝛc. oder drei weniger eins iſt zwei, zwei weniger eins iſt eins, dabei immer beſtimmt: wie vielmal eins? oder wie vielmal das nämliche?

§. 2.

Dieſe Beſtimmung geſchieht aber nicht nur bei einzelnen gleichartigen ganzen Dingen, welche man ganze Einheiten, oder Ganze nennt, ſondern auch bei einzelnen gleichartigen Theilen derſelben; daher heißt man die Zahlen im erſten Falle ganze Zahlen, und im zweiten Falle gebrochene Zahlen (Brüche), z. B. ein oder zwei Gulden ſind ganze Zahlen; ein halber, zwei halbe, oder drei halbe Gulden gebrochene Zahlen (Brüche).

Demnach iſt eine ganze Zahl die Beſtimmung des wie vielmal eins? bei einzelnen gleichartigen Ganzen — und eine gebrochene Zahl (Bruch) die Beſtimmung des wie vielmal eins? bei einzelnen gleichartigen Theilen eines oder mehrerer gleichartigen Ganzen. Alſo bedeutet nach obiger Sprache ein Gulden — daß ein ganzer Gulden nur einmal genommen worden ſei; zwei Gulden — daß ein ganzer Gulden zweimal genommen worden ſei; ein halber Gulden — daß ein Theil eines in zwei gleiche Theile getheilten ganzen Guldens genommen worden ſei; und zwei halbe Gulden — daß alle zwei Theile eines in zwei gleiche Theile getheilten ganzen Guldens genommen worden ſeien; drei halbe Gulden — daß drei Theile von zweien ganzen Gulden genommen worden ſeien, wovon jeder in zwei gleiche Theile getheilt war.

§. 3.

Sind die Dinge, deren einzelne gleichartige ganze Einheiten (Ganze), oder einzelne gleichartige Theile man durch wie vielmal zu beſtimmen hat, namentlich ausgedrückt, ſo heißen die Zahlen insgemein genannte Zahlen, wo nicht = ungenannte Zahlen; z. B. ein oder zwei Gulden ſind genannte ganze Zahlen — ein halber, zwei halbe, oder drei halbe Gulden, genannte gebrochene Zahlen (Brüche), und blos eins oder zwei geſprochen, ungenannte ganze Zahlen — ein halber, zwei halbe, oder drei halbe ungenannte gebrochene Zahlen (Brüche).

In ungenannten Zahlen wird der theoretiſche, und in genannten der praktiſche Theil der Rechenkunſt gegeben; jener lehrt die allgemeinen Regeln, dieſer die Anwendung derſelben auf gewiſſe beſtimmte Fälle.

§. 4.

Nach §. 1. entſpringt eine Zahl aus ein= oder mehrmaliger Hinzu= oder Abzählung des Eins. Je nachdem alſo dies Hinzu= oder Abzählen ein= oder mehrmalen geſöndert geſchieht, wird eine andere Zahl, oder werden mehrere andere Zahlen hervorgebracht, d. h. es entſtehen verſchiedene Zahlen; und da eins, oder eine andere davon abſtammende Zahl durch beſtändiges Hinzuzählen des eins faſt bis ins Unendliche vervielfältigt (vermehrt oder vergrößert) werden kann, weil ein Ding nach und nach ſich, ſo zu ſagen, unendlichmal nehmen, oder zu ſich ſelbſt ſetzen läßt, ſo entſtehen dadurch auch ſehr große, faſt unendliche, unzählige Zahlen.

Wenn man nun alle die verſchiedenen und großen Zahlen als Wörter mit Buchſtaben ſchriftlich ausdrücken (niederſchreiben, einander ſchriftlich mittheilen) ſollte, ſo würde dieſes nur langſam und weitläufig geſchehen können. Da aber beim Rechnen alles auf Geſchwindigkeit ankömmt, ſo hat man, um die Zahlen faſt eben ſo kurz, als ſie ausgeſprochen werden, auch ſchriftlich auszudrücken, die neun allgemein gültigen Zahlzeichen, welche Ziffern genannt werden, gewählt, als:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

und zu dem Ende denſelben nur nach ihren verſchiedenen Setzungen oder Stellungen eine verſchiedene Bedeutung und Ausſprache beigelegt, wie folgender Abſchnitt lehrt.

II. Abſchnitt.

Das Ausſprechen ganzer Zahlen.

§. 5.

Die neun Zahlzeichen, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, einzeln geſetzt, und ausgeſprochen, bedeuten einfache ganze Zahlen, Einſer, Einer.

1 (die Stammzahl)	wird	ausgeſprochen	eins,	und	bedeutet,	ein eins,	oder eins einmal genommen,		
2	=	=	=	zwei,	=	=	1	und	1,
3	=	=	=	drei,	=	=	2	=	1,
4	=	=	=	vier,	=	=	3	=	1,
5	=	=	=	fünf,	=	=	4	=	1,
6	=	=	=	ſechs,	=	=	5	=	1,
7	=	=	=	ſieben,	=	=	6	=	1,
8	=	=	=	acht,	=	=	7	=	1,
9	=	=	=	neun,	=	=	8	=	1.

§. 6.

Werden einige, oder alle die neun Zahlzeichen zuſammen geſetzt, oder wird nur einem derſelben zur Rechten das Fehlzeichen einer Zahl, ein 0 (Null) angehängt; ſo bedeuten ſie mehrfache ganze Zahlen, z. B. 12, 345, 6789, 412537986, — 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Um aber dieſe richtig ausſprechen zu können, hat man vor allen ihre in der Stellung von der rechten zur linken Hand ſtuffenweis ſteigende Bedeutung wohl zu wiſſen.

Nämlich in der Zuſammenſetzung bedeutet jedes der neun Zahlzeichen von der rechten zur linken Hand gezählt,

in der erſten Stelle — Eins, oder einfache Einer,
= = zweiten = — Zehn, oder Zehner,
= = dritten = — Hundert, oder Hunderte,
= = vierten = — Tauſend, oder Tauſende,
= = fünften = — Zehntauſend, oder Zehntauſende,

in der ſechſten Stelle — Hunderttauſend, oder Hunderttauſende, (nach einer uralten Sprache Tonne, oder Tonnen),

= = ſiebenten = — Million, oder Millionen.

Gleichwie in der geſonderten Stellung die Zahlzeichen von 1 bis 9 — jedes eins mehr bedeutet, ſo bedeuten dieſelben in der vereinigten Stellung Ordnungsweiſe von rechter zur linken Hand gezählt, und zwar in der zweiten Stelle anfangend, zehnmal mehr, 1 bis 9 mal, als:

in der zweiten Stelle	zehnmal eins,	—	1 bis 9 mal,	oder 1 Zehn bis 9 Zehner,
= = dritten =	zehnmalzehn eins,	—	1 = 9 =	oder 1 Hundert bis 9 Hunderte,
= = vierten =	zehnmalhundert eins,	—	1 = 9 =	oder 1 Tauſend bis 9 Tauſende,
= = fünften =	zehnmaltauſend eins,	—	1 = 9 =	oder 1 Zehntauſ. b. 9 Neunzehntauſ.
= = ſechſten =	zehnmalzehntauſend eins,	—	1 = 9 =	oder 1 Hunderttauſend bis 9 Hunderttauſende,
= = ſiebenten =	zehnmalhunderttauſend eins,	—	1 = 9 =	oder 1 Million bis 9 Millionen.

§. 7.

Nicht immer ſind in dieſer zehnmal ſtärker ſteigenden Bedeutung alle die Zahlen gegeben; bald fehlen die Einer, bald Zehner, bald Hunderte, bald Tauſende, ꝛc. Da aber in dem Zehenzahl-Syſtem des Mißverſtands wegen keine Lücke ſeyn darf, ſo werden deren leeren Plätze durch das Fehlzeichen einer Zahl 0 (Null) ausgefüllt. Wenn alſo ein 0 einem der neun Zahlzeichen von der rechten gegen die linke Hand vorgeſetzt iſt, ſo bedeutet

das 0 in der erſten Stelle, daß Einer
= = = = zweiten = = Zehner
= = = = dritten = = Hunderte
= = = = vierten = = Tauſende ꝛc.
} fehlen.

Das 0 den Zahlzeichen von linker zur rechten Hand zuerſt noch ſo oft vorgeſetzt, bedeutet gar nichts; wird daher bei ganzen Zahlen nicht in dieſer Stellung gebraucht; z. B. 01 — 002 — 0024 bedeutet nicht mehr als 1 — 2 — 24. Allein für ſich geſetzt, z. B. 0, bedeutet es nichts, als Null.

§. 8.

Dieſes Zehenzahlenſyſtem läßt demnach nachſtehende ganze Zahlen alſo ausſprechen und verſtehen:

a) Zehn und Zehner (zehnfache Zahlen).

10 wird ausgeſprochen, zehn,
20 = = = = zwanzig,
30 = = = = dreißig,
40 = = = = vierzig,
50 = = = = fünfzig,
60 = = = = ſechzig,
70 = = = = ſiebenzig,
80 = = = = achtzig,
90 = = = = neunzig.

Das 1 in der zweiten Stelle bedeutet 10 Einer, nämlich zehnmal eins oder ein Zehn, und das 0 bedeutet, daß keine einfache Einer dabei gegeben ſind,
= 2 = = = = = = = = = 2 Zehner Einer, oder zweimal zehn, und das 0 bedeutet, daß wieder keine einfache Einer dabei gegeben ſind,
= 10 verliert ſeine Ausſprache ganz, wenn ſtatt des 0 die einfachen Einer 1 oder 2 vorſtehen, als:
bei 11 ſpricht man Eilf, es bedeutet 10 und 1,
= 12 = = = Zwölf, = = = 10 = 2.

Stehen die anderen einfachen Einer vorher; ſo werden dieſe mit ihrer Ausſprache zuerſt gehört, und zehn klingt nach, als:

bei 13 ſpricht man dreizehn,
= 14 = = = vierzehn,
= 15 = = = fünfzehn,
= 16 = = = ſechzehn,
= 17 = = = ſiebenzehn, oder ſiebzehn,
= 18 = = = achtzehn,
= 19 = = = neunzehn.

Wenn die Zehner 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, ſtatt des Nulls die einfachen Einer rechts vor ſich ſtehen haben, ſo werden dieſe mit **Und** zuerſt ausgeſprochen, und jene klingen mit ihrer Ausſprache nach, als:

21, ein und zwanzig,	22, zwei und zwanzig,
23, drei und zwanzig,	24, vier und zwanzig,
25, fünf und zwanzig,	26, ſechs und zwanzig,
27, ſieben und zwanzig,	28, acht und zwanzig,
29, neun und zwanzig,	31, ein und dreißig,
41, ein und vierzig,	51, ein und fünfzig,
61, ein und ſechzig,	71, ein und ſiebenzig, oder ſiebzig,
81, ein und achtzig,	91, ein und neunzig.

Das Zehn und die Zehner unterſcheiden ſich alſo in der Ausſprache hauptſächlich dadurch von einander, daß man nicht bei dem Zehn, ſondern bei den Zehnern das **Und** gebraucht.

Werden das Zehn und die Zehner nicht mit Zahlzeichen, ſondern mit Buchſtaben wörtlich geſchrieben; ſo ſpricht und ſetzet man denſelben die einfachen Einer mit oder ohne Und nach; z. B. Zehn drei, oder Zehn und drei ſtatt Dreizehn, Siebenzig fünf, oder Siebenzig und fünf ſtatt Fünf und ſiebenzig.

b) Hundert und Hunderte (hundertfache Zahlen).

100 wird ausgeſprochen,				ein Hundert, oder Hundert,	
200	=	=	=	=	zwei Hundert,
300	=	=	=	=	drei Hundert,
400	=	=	=	=	vier Hundert,
500	=	=	=	=	fünf Hundert,
600	=	=	=	=	ſechs Hundert,
700	=	=	=	=	ſieben Hundert,
800	=	=	=	=	acht Hundert,
900	=	=	=	=	neun Hundert.

Das 1 bedeutet hier in der dritten Stelle 10 mal 10 Einer, oder ein hundert Einer, und das eine 0 in der zweiten Stelle bedeutet, daß kein Zehn oder Zehner — und das andere 0 in der erſten Stelle bedeutet, daß keine einfache Einer dabei gegeben ſind.

Das 2 bedeutet in der dritten Stelle, 20 mal 10 Einer, oder zwei Hundert, u. ſ. w.

Das Hundert und die Hunderte behalten immer ihre Ausſprache. Wenn ſtatt des erſten oder zweiten Nulls, oder der beiden Nullen zur Rechten Einer oder Zehner, oder Einer und Zehner zugleich vorſtehen, ſo werden die Hunderte allzeit zuerſt ausgeſprochen, dieſe aber mit oder ohne Und, wie ad a gelehrt worden iſt, nachgeſprochen, als:

bei 101 ſpricht man Hundert eins, oder ein Hundert eins,
= 110 = = Hundert zehn, oder ein Hundert zehn,
= 111 = = Hundert eilf, oder ein Hundert eilf,
= 202 = = zwei Hundert zwei,
= 220 = = zwei Hundert zwanzig,
= 226 = = zwei Hundert ſechs und zwanzig,
= 777 = = ſieben Hundert ſieben und ſiebenzig ꝛc.

c) Tauſend und Tauſende (tauſendfache Zahlen).

1000 wird ausgeſprochen, Tauſend oder ein Tauſend,
2000 = = zwei Tauſend u. ſ. w.

Das 1 bedeutet hier in der vierten Stelle 10 mal 100 Einer, oder ein Tauſend,
= 2 = = = = = = 20 mal 100 Einer, oder zwei Tauſend.

Man kann daher auch ausſprechen:

bei 1000, zehn Hundert, ſtatt Tauſend,
= 2000, zwanzig Hundert, ſtatt zwei Tauſend.

Letztere und kürzere Ausſprache wird häufig bei ein Tauſend gebraucht, beſonders wenn ſtatt des Nulls, welches in der Stelle der Hunderte, und Zehner oder Einer vorſteht, dieſe ſelbſt gegeben ſind, als:

bei 1508 ſpricht man 15 Hundert 8, ſtatt 1 Tauſend 5 Hundert 8,
= 1330 = = 13 Hundert 30, ſtatt 1 Tauſend 3 Hundert 30,
= 1799 = = 17 Hundert 99, ſtatt 1 Tauſend 7 Hundert 99.

Im entgegengeſetzten Falle werden die Tauſende beſſer allein, und hernach die Hunderte, Zehner, Einer, wenn ſolche dabei gegeben ſind, wie ad a und b gelehrt wurde, ausgeſprochen, als:

bei 2524 ſpricht man 2 Tauſend 5 Hundert 24,
= 3070 = = 3 Tauſend 70,
= 4600 = = 4 Tauſend 6 Hundert,
= 5308 = = 5 Tauſend 3 Hundert 8,
= 8709 = = 8 Tauſend 7 Hundert 9.

d) Zehntauſend und Zehntauſende.

10000 wird ausgeſprochen zehn Tauſend,
20000 = = zwanzig Tauſend ꝛc.

Das 1 bedeutet hier in der fünften Stelle 10 mal 1000 Einer oder ein zehn Tauſend,
= 2 = = = = = = 20 mal 1000 Einer oder zwanzig Tauſende ꝛc.

Wenn ſtatt aller oder einiger der Nullen Zahlzeichen in der Bedeutung als einfache Tauſende, Hunderte, Zehner oder Einer vorſtehen, ſo werden dieſe, wie ad a, b und c bisher gelehrt wurde, nur nachgeſprochen, jedoch ſo, daß die einfachen und zehnfachen Tauſende in der Ausſprache mit nachklingenden Tauſend zuſammenfallen, als:

bei 11377 ſpricht man 11 Tauſend 3 Hundert 77,
= 91058 = = 91 Tauſend 58,
= 26401 = = 26 Tauſend 4 Hundert 1,
= 55960 = = 55 Tauſend 9 Hundert 60 ꝛc.

Hieraus ſieht man alſo, daß, wenn einfache Tauſende bei 10fachen Tauſenden ſtehen, dieſe wie die Einer und Zehner mit einander zuſammen mit nachklingenden Tauſend müſſen ausgeſprochen werden.

e) Hunderttauſend, oder Hunderttauſende.

100000 wird ausgeſprochen Hunderttauſend oder Einhunderttauſend,
200000 = = Zweyhunderttauſende ꝛc.

Das 1 bedeutet hier in der ſechſten Stelle 10 mal 10 Tauſend Einer, oder ein Hundert Tauſend (nach einer uralten Sprache auch eine Tonne).

Das 2 bedeutet in der ſechſten Stelle 20 mal 10 Tauſend Einer, oder zwei Hundert Tauſend (nach einer uralten Sprache auch zwei Tonnen) ꝛc.

Wenn in der fünften oder vierten Stelle ſtatt der Nullen die zehn= oder einfachen Tauſende, oder beyde zugleich gegeben ſind; ſo wird nicht Hunderttauſend, ſondern Hundert allein ausgeſprochen. Das Tauſend verſteht man nur darunter. Es geſchieht dies, um den Doppellaut zu verhüten, damit Tauſend nicht zweimal gehört werde, als:

bei 110000 ſpricht man 1 Hundert 10 Tauſend,
= 208000 = = 2 Hundert 8 Tauſend,
= 356000 = = 3 Hundert 56 Tauſend ꝛc.

Wenn aber keine zehn= oder einfache Tauſende dabei gegeben ſind; jedoch in der dritten, zweiten oder erſten Stelle ſtatt des Nulls einfache Hunderte, Zehner, oder Einer vorkommen, ſo muß Tauſend des ſonſt nicht wohl zu merkenden Unterſchiedswegen hinzu geſprochen werden, als:

bei 200500 ſpricht man 200 Tauſend 5 Hundert,
= 700090 = = 700 Tauſend 90,
= 500749 = = 500 Tauſend 7 Hundert 49,
= 300009 = = 300 Tauſend 9,
= 400804 = = 400 Tauſend 8 Hundert 4.

Wenn in der fünften oder nur vierten und dritten Stelle zehnfache Tauſende oder nur einfache Tauſende und einfache Hunderte ſtatt des Nulls gegeben ſind; ſo ſpricht man gerne, um die Hunderttauſende von den einfachen Hunderten in der Ausſprache mehr zu unterſcheiden, jene mit Mal aus, als:

bei 121700 ſpricht man 1 mal Hundert 21 Tauſend 700,
= 408400 = = 4 mal Hundert 8 Tauſend 400,
= 710320 = = 7 mal Hundert 10 Tauſend 3 Hundert 20,
= 914701 = = 9 mal Hundert 14 Tauſend 7 Hundert 1.

f) Million und Millionen.

1000000 wird ausgeſprochen 10 mal Hundert Tauſend, oder kurz: eine Million,
2000000 = = 20 mal Hundert Tauſend, oder kurz: zwei Millionen.

Das 1 bedeutet hier in der ſiebenten Stelle 10 mal Hundert Tauſend, oder ein Tauſend mal Tauſend Einer.

Das 2 bedeutet in der ſiebenten Stelle 20 mal Hundert Tauſend Einer, oder 2 Tauſend mal Tauſend Einer.

Wenn in der ſechſten, oder fünften, oder vierten, dritten, zweiten und erſten Stelle ſtatt der Nullen die eigentlichen Zahlzeichen gegeben ſind, ſo werden dieſe, wie von a bis e bisher gelehrt wurde, nur in ihrer Bedeutung nach Million, oder Millionen nachgeſprochen, als:

bei 1234567 ſpricht man 1 Million 2 mal Hundert 34 Tauſend 5 Hundert 67,
= 7004084 = = 7 Millionen 4 Tauſend 84,
= 2500425 = = 2 Millionen 5 mal Hundert Tauſend 4 Hundert 25,
= 6405060 = = 6 Millionen 4 Hundert 5 Tauſend 60,
= 3598100 = = 3 Millionen 5 mal Hundert 98 Tauſend 100.

§. 9.

Weiß man einmal die Bedeutung, und hat man ſich die Ausſprache 7 von rechter zur linken Hand in einer Reihe an einander geſetzten Zahlzeichen geläufig gemacht; ſo kann es einem nicht mehr ſchwer ſeyn, dergleichen nach einander folgende 9 bis 25 und mehrere Zahlzeichen richtig zu verſtehen, und leicht auszuſprechen. Nämlich der kurze Sprachgebrauch belegt:

das in der 7ten Stelle ſtehende Zahlzeichen mit dem Namen Million oder Millionen,
= = = 13ten = = = = = = Billion oder Billionen,
= = = 19ten = = = = = = Trillion oder Trillionen,
= = = 25ten = = = = = = Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc.

Gleichwie die einfachen Einer ſich in der 10fach ſtärkeren Bedeutung bis zu Million oder Millionen erheben, ſo erheben ſich auch

die Million oder Millionen zu Billion oder Billionen,
die Billion oder Billionen zu Trillion oder Trillionen,
die Trillion oder Trillionen zu Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc.

Jedoch um ſich bei vielen nach einander folgenden Zahlzeichen in ihrer Bedeutung und Ausſprache nicht zu verwirren; hat man ein ſicher führendes Mittel, welches darin beſteht, daß man die von der rechten zur linken Hand in einer Reihe nach einander folgenden Zahlzeichen durch Beiſtriche abtheilt. Nämlich von der rechten zur linken Hand macht man unten nach 3 Zahlzeichen jedesmal einen Beiſtrich (,) dazwiſchen, dann oben auf das Zahlzeichen in der 7ten Stelle einen dergleichen, 2 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 13ten Stelle, 3 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 19ten Stelle, 4 dergleichen auf das Zahlzeichen in der 25ten Stelle. Durch dieſe Abtheilung bekommt man Klaſſen, jede aus 3 Zahlzeichen beſtehend; jedoch die erſte Klaſſe von linker zur rechten Hand kann 1 oder 2 Zahlzeichen weniger haben. Bei jeder Klaſſe zählt man von rechter zur linken Hand mit Eins, Zehn, Hundert; und merkt ſich, daß jene Zahlzeichen, wo man Eins, Zehn ſpricht,

dieſe miteinander nach ihrer Bedeutung, wie §. 8. lit. a bis e gelehrt wurde, müſſen ausgeſprochen werden.

Das Zahlzeichen, worauf 1 Beiſtrich gemacht iſt, wird mit nachklingenden Million oder Millionen —
= 2 Beiſtriche ſtehen, mit nachklingenden Billion oder Billionen —
= 3 = = = = Trillion oder Trillionen —
= 4 = = = = Quatrillion oder Quatrillionen ꝛc. —
ausgeſprochen. Sonſt ergiebt ſich keine Veränderung von der bisher gelehrten Ausſprache.

Demnach ſpricht man bei 10,000,000 zehn Millionen,

bei	27,000,′000,000	ſpricht	man	27 Tauſend Millionen,
=	500,000,′000,000	=	=	5 Hundert Tauſend Millionen,
=	11,110,′000,000	=	=	11 Tauſend 1 Hundert 10 Millionen,
=	802,800,′000,000	=	=	8 mal Hundert 2 Tauſend 800 Millionen,
=	357,123,′456,798	=	=	3 mal Hundert 57 Tauſend 1 Hundert 23 Millionen 4 mal Hundert 56 Tauſend 7 Hundert 98,
=	1,″000,000,′000,000	=	=	1 Billion,
=	5,″074,000,′300,209	=	=	5 Billionen 74 Tauſend Millionen 3 mal Hundert Tauſend 2 Hundert 9,
=	750,901,″007,082,′004,600	=	=	7 mal Hundert 50 Tauſend 9 Hundert 1 Billion 7 Tauſend 82 Millionen 4 Tauſend 600,
=	1,‴000,000,″000,000,′000,000	=	=	1 Trillion,

bei 632,107,‴893,065,″004,030,′662,010 ſpricht man 6 mal Hundert 32 Tauſend 1 Hundert 7 Trillionen 8 Hundert 93 Tauſend 65 Billionen 4 Tauſend 30 Millionen 6 Hundert 62 Tauſend 10,

= 1,000,⁗000,000,‴000,000,″000,000,′000,000 = = 1 Quatrillion,

= 803,026,⁗560,700,‴320,005,″600,402,′000,709 = = 8 Hundert 3 Tauſend 26 Quatrillionen 5 mal Hundert 60 Tauſend 700 Trillionen 3 Hundert 20 Tauſend 5 Billionen 600 Tauſend 4 Hundert 2 Millionen 7 Hundert 9.

Aus vorſtehenden ausgeſprochenen Beiſpielen ſieht man deutlich, daß

1) das Null, wenn es bei einer abgetheilten Klaſſe mit Eins gezählt wird, und einem eigentlichen Zahlzeichen gleich neben mit Zehn zählbar vorgeſetzt iſt, dieſem eine zehnfache Ausſprache gebe, ſonſt aber nur leere nicht auszuſprechende Stellen ausfülle —

2) jedes eigentliche Zahlzeichen mit Hundert gezählt nach ihrer hundertfachen Bedeutung jedesmal ausgeſprochen werde —

3) jedes eigentliche Zahlzeichen, welches von rechter zur linken Hand gleich nach einem Beiſtriche folgt, und nicht oben geſtrichen iſt, allzeit mit einem ein= oder zehnfachen Tauſend, je nachdem ein zehnfaches Tauſend neben gegeben oder nicht gegeben iſt, auszuſprechen ſei.

Die am Ende beiliegende Tabelle I. mag Anfängern zur Übung im Verſtehen und Ausſprechen ganzer ungenannter Zahlen dienen.

III. Abſchnitt.

Das An= oder Niederſchreiben ganzer Zahlen.

§. 10.

So wie die ganzen Zahlen von linker zur rechten Hand ausgeſprochen werden, alſo müſſen dieſelben auch an= oder niedergeſchrieben werden. Um aber dieſes richtig und eben ſo geſchwind, als die Ausſprache geſchieht, beſonders bei großen mehrfachen Zahlen jedesmal zu treffen, muß man

1) die von linker zu rechter Hand ſtuffenweiß abſteigende Bedeutung der an einander zu reihenden Zahlzeichen geläufig wiſſen. Dieſe geläufige Kenntniſſe verſchafft vorzüglich die tiefe Einprägung nachſtehender Tabelle, wo die Einer nur mit Hinzuſetzung der erforderlichen Nullen zu Zehner, Hunderte, Tauſende, Zehntauſende, Hunderttauſende und Millionen vermehrt, oder vergrößert werden, als:

1	10	100	1,000	10,000	100,000	, 1,000,000
2	20	200	2,000	20,000	200,000	, 2,000,000
3	30	300	3,000	30,000	300,000	, 3,000,000
4	40	400	4,000	40,000	400,000	, 4,000,000
5	50	500	5,000	50,000	500,000	, 5,000,000
6	60	600	6,000	60,000	600,000	, 6,000,000
7	70	700	7,000	70,000	700,000	, 7,000,000
8	80	800	8,000	80,000	800,000	, 8,000,000
9	90	900	9,000	90,000	900,000	, 9,000,000

2) Muß man nur darauf merken, in welcher Bedeutung die anzuſchreibende Zahl ſich anſpricht, z. B. mit Million — Hunderttauſend — Tauſend — Hundert — blos Zehnern oder Einern.

Spricht ſich die anzuſchreibende Zahl mit einfachen Millionen an, ſo weiß man, daß

auf einfache Millionen die Hunderttauſende —
auf 100 Tauſende die 10 Tauſende —
auf 10 Tauſende die einfache Tauſende —
auf einfache Tauſende die einfachen Hunderte —
auf einfache Hunderte die Zehner —
auf Zehner die Einer folgen.

Die erſte angeſprochene Bedeutung wird alſo vor allen ausgedrückt; hierauf folgen die nächſtfolgenden niederen Bedeutungen. Wenn aber bei der Nachſprache einige der nächſtfolgenden niederen Bedeutungen nicht gehört werden, ſo werden deren leere Stellen nur mit Nullen ausgefüllt. Hiebei ſind aber Anfänger beſonders darauf aufmerkſam zu machen, daß ſie eine zehnfache an= und nachgeſprochene Bedeutung nicht verkehrt ausdrücken. Z. B.

bei fünfzehn ſchreiben 51 ſtatt 15,
= einundfünfzig ſchreiben 15 ſtatt 51,
= fünfundſiebenzig ſchreiben 57 ſtatt 75,

denn nach §. 8. lit. a werden die Einer bei Zehn odern Zehnern zwar zuerſt ausgeſprochen, aber wegen ihrer niedern Bedeutung in ihrer Stelle nachgeſchrieben. Zuletzt kann die §. 9. vorgeſchriebene Klaſſeneintheilung durch Beiſtriche gemacht werden, um zu ſehen, ob man nicht gefehlt habe.

Wenn man nun anzuſchreiben hat:

a) Eine Million, acht mal Hundert, neunzehn Tauſend, ſieben Hundert, fünf und zwanzig,

ſo geſchieht es alſo 1,819,725.

Zuerſt wurde 1 als Million hingeſchrieben, hierauf 8 als die nächſtfolgenden hundert Tauſende, dann 19 Tauſend, hernach 7 Hundert, endlich 25. Weil hier alle nächſtfolgenden niedern Bedeutungen geſprochen worden, ſo gieng die Aneinanderreihung der Zahlzeichen ohne allen Anſtand vor ſich.

b) Bei dreimal hundert Tauſend und drei,

ſchreibt man 300,003.

Hier mußten nach 3 vier Nullen geſetzt werden, weil die nächſtfolgenden zehnfachen Tauſende, einfachen Tauſende, Hunderte und Zehner nicht geſprochen wurden.

c) Bei fünf und ſiebenzig Tauſend, drei Hundert vier und ſechzig,

ſchreibt man 75,364.

Weil hier nach 75 Tauſend die nachfolgenden Hunderte, Zehner und Einer geſprochen wurden, ſo gieng die Aneinanderreihung der Zahlzeichen wieder geſchwind vor ſich.

d) Bei drei und vierzig Tauſend,

ſchreibt man 43,000.

Weil hier nach 43 Tauſend keine Hunderte, Zehner und Einer geſprochen wurden, ſo mußten 3 Nullen dafür nachfolgen.

e) Bei vier Tauſend, drei Hundert, ein und zwanzig, oder 7 Hundert und 5,

ſpricht man 4,321 und 705.

Weil hier nach 4 Tauſend Hunderte, Zehner und Einer geſprochen wurden, ſo waren keine Nullen nach- und zwiſchen zu ſetzen; aber nach 7 Hundert war ein Null wegen fehlender Zehner zu ſetzen.

f) Bei fünf Hundert, acht Tauſend und zwei,

ſchreibt man 508,002.

Weil hier nach 5 Hundert Tauſend keine zehnfache Tauſende geſprochen wurden, ſo mußte gleich nach 5 ein Null geſetzt werden; desgleichen nach 8 mußten 2 Nullen folgen, weil keine Hunderte und Zehner geſprochen wurden.

g) Bei fünfzehn Million, ein und dreiſig Tauſend, acht und vierzig,

ſchreibt man 15,031,048.

Gleich nach 15 mußte hier ein Null geſetzt werden, weil kein Hunderttauſender, und nach 31 auch ein Null, weil kein Hunderter nachgeſprochen wurde.

h) Ein Hundert, ſechs Millionen, acht Hundert, neun Tauſend, ſiebenzig,

ſchreibt man 106,809,070.

Weil hier nach ein hundert Millionen keine zehnfache Millionen geſprochen wurden, ſo wurde gleich ein 0 geſetzt, desgleichen nach 8 Hunderttauſend wegen fehlender zehnfachen Tauſende, dann nach 9 Tauſend wegen fehlender Hunderte, und nach 7 Zehnern wegen fehlender Einer.

i) 70 Billionen, 74 Tauſend Millionen, 2 Hundert, 10 Tauſend und 11,

ſchreibt man 70,074,000,210,011.

Hier muß geſetzt werden nach 70 Billionen ein 0 wegen fehlenden hundert tauſend Millionen — nach 74 Tauſend 3 Nullen wegen fehlenden Hundert, zehn und einfachen Millionen — nach 10 Tauſend ein 0 wegen fehlenden Hundert.

§. 11.

So kurz ein Tauſend und Hundert nach §. 8. lit. c mit einander können ausgeſprochen werden, eben ſo kurz und geſchwind können ſolche auch angeſchrieben werden, z. B.

man ſpricht kurz aus: 18 Hundert 21,

man ſchreibt nur hin: 1,821, und bedeutet ſo viel, als 1 Tauſend 8 Hundert 21.

Bei 17 Hundert 1,

ſchreibt man hin: 1,701. Hier muß ein 0 nach 7 geſetzt werden, weil keine Zehner geſprochen wurden, und die ganze Zahl bedeutet ſo viel, als 1 Tauſend 7 Hundert 1.

Bei 10 Hundert und 10,

ſchreibt man hin: 1,010, und bedeutet ſo viel als 1 Tauſend und 10. Das 0 nach 1 Tauſend ſteht für fehlende Hunderte, und das 0 nach 1 Zehn für fehlende Einer.

Bei 10 mal hundert Tauſend und 11,

ſchreibt man hin: 1,000,011 und bedeutet nach §. 8. lit. f ſo viel, als eine Million und eilf. —

Hier ſind nach 1 Million noch 4 Nullen wegen fehlender Hunderttauſende, zehn= und einfachen Tauſende, dann Hunderte geſetzt.

Bei 15 mal hundert Tauſend 3 Hundert,

ſchreibt man hin: 1,500,300 und bedeutet ſo viel, als 1 Million, 5 mal hundert Tauſend, 3 Hundert, oder ein und eine halbe Million und 300. Die 2 Nullen nach 15 ſtehen für die fehlenden zehn= und einfachen Tauſende, und die anderen zwei nach 3 für die fehlenden Zehner und Einer. —

Wenn aber zehn- und einfache Tauſende, dann 1 Tauſend und Hunderte nach einander kurz ausgeſprochen werden, ſo kann man ſolche nicht auch eben ſo kurz anſchreiben, z. B. man ſpricht aus: 11 Tauſend 12 Hundert und 7, ſo kann man nicht anſchreiben 111207, weil in einer mehrfachen Zahl ſich eine Bedeutung nur einmal, nicht zweimal ausdrücken läßt. Nun enthält 11 Tauſend ein einfaches Tauſend, und 12 Hundert auch ein einfaches Tauſend; folglich iſt vorſtehende Anſchreibung fehlerhaft. Dies ſieht man deutlich, wenn 111207 nach §. 9 durch Beiſtriche alſo in Klaſſen eingetheilt wird: 111,207, und hierauf mit 1 mal Hundert 11 Tauſend 2 Hundert und 7 ausgeſprochen werden muß, welches man nicht anſchreiben wollte, weil es nicht in einer ſo ſtarken Bedeutung angeſprochen wurde. Eine ſolche zweimalige Bedeutung muß demnach einzeln ausgedrückt werden, als:

11000 eilf Tauſend,

1207 zwölf Hundert, oder 1 Tauſend 2 Hundert und 7,

welche nur durch Hinzuzählung, wie in der Folge gelehrt werden wird, in die eine Bedeutung 12,207, zwölf Tauſend, 2 Hundert und 7 gebracht werden kann.

Die beſte Probe, ob man eine große mehrfache Zahl richtig angeſchrieben habe, iſt alſo dieſe:

Die angeſchriebenen Zahlzeichen theilt man nach §. 9 jedesmal durch Beiſtriche in Klaſſen ab. Wenn dann ſolche wieder eben ſo auszuſprechen ſind, als ſie zum Anſchreiben ausgeſprochen wurden, ſo iſt recht angeſchrieben worden, z. B. man ſoll anſchreiben:

12 Millionen, 8 Hundert und 7.

Man ſchreibt 12000807. Dieſe durch Beiſtriche eingetheilt 12,000,807 können auch nicht anders ausgeſprochen werden, als mit 12 Millionen 8 Hundert und 7, alſo hat man recht angeſchrieben.

IV. Abſchnitt.

Das Ausſprechen der gebrochenen Zahlen (Brüche).

§. 12.

Die gebrochenen Zahlen (Brüche) werden nach §. 4 auch mit obigen 10 Zeichen oder Ziffern kurz ausgedrückt, oder einander ſchriftlich mitgetheilt; denn die Bedeutung derſelben kann auch einfach, zehnfach, hundertfach, tauſendfach ꝛc. ꝛc. ſeyn, weil ſich ein ganzes in einfache (2 bis 9 Theile) — in 10fache (10 bis 90 Theile) — in 100fache (100 bis 900 Theile) — in 1000fache (1000 bis 9000 Theile) ꝛc. zertheilen, und dergleichen Theile ſich auch eben ſo vielmal nehmen laſſen.

Da man aber hier zweierlei auszudrücken hat, nämlich:

a) In wie viele gleich große oder gleichartige Theile die Zertheilung geſchehen ſey?

b) wie vielmal ſolche Theile genommen worden ſeyen;

ſo werden die 10 Zeichen oder Ziffern nach ihren bekannten verſchiedenen Bedeutungen doppelt gebraucht, oder geſetzt, nämlich:

Jene Zahlzeichen, welche die Beſtimmung des wievielmal genommen ausdrücken, werden oben an — und welche die gleichgroße Zertheilung andeuten, werden nach gleich darunter gezogenen Querſtrichlein (—) als dem eigentlichen Bruchzeichen unten angeſetzt.

Die oben ſtehenden Zahlzeichen, welche gleichſam die genommenen Theile gezählt zu haben vorſtellen, heißt man Zähler, und die unten ſtehenden Zahlzeichen, von welchen die gebrochenen Zahlen (Brüche) ihre Benennung und eigentliche Ausſprache bekommen, Nenner.

Die Zahlzeichen des Zählers werden eben ſo, wie bei den ganzen Zahlen ausgeſprochen, die Zahlzeichen des Nenners aber nehmen die Ausſprache der Ordnungszahlen aus der Sprachlehre bekannt mit abgekürzten tel, oder ſtel, wo kaum das e gehört wird, ſich endigend an. — Der Zähler wird immer zuerſt, und nach einer kurz merklichen Pauſe der Nenner ausgeſprochen.

Nach dieſen vorausgeſchickten Erklärungen laſſen ſich nun leicht ausſprechen und verſtehen:

$\frac{1}{2}$ es wird ausgeſprochen, ein Zweitel, gewöhnlicher ein Halbes in einfacher Bedeutung, auch die oder eine Hälfte, und drückt aus, daß ein Ganzes in 2 gleiche Theile getheilt worden ſey, wovon nur der 2te Theil, oder die Halbſcheid, genommen worden ſey.

$\frac{2}{2}$ wird ausgeſprochen zwei Halbe, drückt gleiche Zertheilung, aber die Nehmung aller der 2 halben Theile aus.

$\frac{3}{2}$ wird ausgeſprochen drei Halbe, zeigt eine Zertheilung von 2 Ganzen, und zwar jedes derſelben in 2 gleiche Theile an, wovon nur 3 halbe Theile genommen wurden.

$\frac{4}{2}$ wird ausgeſprochen vier Halbe, zeigt eben dieſe Zertheilung, aber die Nehmung aller der 4 halben Theile an.

Hieraus läßt ſich zugleich für richtig erkennen, daß, wenn der Zähler weniger, oder eben ſo viel, als der Nenner ausdrückt, eine Zertheilung nur eines Ganzen in gleich viele oder gleichartige Theile angezeigt werde; drückt aber der Zähler mehr, als der Nenner aus, ſo iſt eine Zertheilung mehrerer gleichartigen Ganzen in gleich viele oder gleichartige Theile geſchehen.

$\frac{1}{3}$ wird ausgeſprochen ein Drittel, und bedeutet eine Zertheilung eines Ganzen in 3 gleiche Theile, wovon nur der 3te Theil oder 1 Drittel genommen worden ſey.

$\frac{2}{3}$ wird ausgeſprochen 2 Drittel, und bedeutet gleiche Zertheilung, aber die Nehmung 2er Dritttheile oder Drittel ꝛc.

Eben ſo wird man nun nachfolgende Brüche, welche immer eine größere oder ſtärkere Zertheilung anzeigen, ſich leicht nach ihrer Ausſprache ſelbſt erklären können:

$\frac{1}{4}$	oder	$\frac{2}{4}$	ꝛc.	wird	ausgeſprochen	ein Viertel oder zwei Viertel ꝛc.
$\frac{1}{5}$	=	$\frac{2}{5}$	ꝛc.	=	=	ein Fünftel oder zwei Fünftel ꝛc.
$\frac{1}{6}$	=	$\frac{2}{6}$	ꝛc.	=	=	ein Sechstel oder zwei Sechstel ꝛc.
$\frac{1}{7}$	=	$\frac{2}{7}$	ꝛc.	=	=	ein Siebentel oder zwei Siebentel ꝛc.
$\frac{1}{8}$	=	$\frac{2}{8}$	ꝛc.	=	=	ein Achtel oder zwei Achtel ꝛc.
$\frac{1}{9}$	=	$\frac{2}{9}$	ꝛc.	=	=	ein Neuntel oder zwei Neuntel ꝛc.
$\frac{1}{10}$	=	$\frac{2}{10}$	ꝛc.	=	=	ein Zehntel oder zwei Zehntel ꝛc.
$\frac{1}{11}$ oder $\frac{1}{12}$	=	$\frac{1}{13}$	ꝛc.	=	=	1 Eilftel, 1 Zwölftel, 1 Dreizehntel ꝛc.
$\frac{1}{20}$ = $\frac{1}{30}$	=	$\frac{1}{40}$	ꝛc.	=	=	1 Zwanzigſtel, 1 Dreiſigſtel, 1 Vierzigſtel (20, 30, 40 Theile) ꝛc.
$\frac{1}{100}$	=	$\frac{1}{200}$	ꝛc.	=	=	1 Hundertel, 2 Hundertel (100, 200 Theile) ꝛc.
$\frac{1}{1000}$	=	$\frac{2}{1000}$	ꝛc.	=	=	1 Tauſendtel (Tauſendſtel) 2 Tauſendtel (Tauſendſtel) (1000 Th.) ꝛc.
$\frac{1}{10000}$	=	$\frac{2}{10000}$	ꝛc.	=	=	1 Zehntauſendtel, od. 2 Zehntauſendtel, od. Tauſendſtel (10000 Theile) ꝛc.

$\frac{1}{1000000}$ ꝛc. wird ausgeſprochen 1, zehnmal 100 Tauſendel, (Tauſendſtel, Million Theile) ꝛc.

$\frac{5,482,507}{2}$ ꝛc. = = 5 Millionen 4 mal Hundert 82 Tauſend 5 Hundert 7, Halbe ꝛc.

$\frac{3}{3250}$ ꝛc. = = drei, drei Tauſend zwei Hundert Fünfzigſtel ꝛc.

$\frac{1023}{20405}$ ꝛc. = = ein Tauſend drei und zwanzig, 20 Tauſend vier Hundert Fünftel ꝛc.

V. Abſchnitt.

Das An= oder Niederſchreiben gebrochener Zahlen (Brüche).

§. 13.

Weiß man einmal die Brüche geläufig auszuſprechen, ſo wird man dieſelbe auch ohne alle Schwierigkeit eben ſo leicht und geſchwind an= oder niederſchreiben, als ſolche ausgeſprochen werden; nur muß man hier auf die abgeſetzte Ausſprache nach §. 12 wohl merken, damit man gehörig zu treffen wiſſe, welche Zahlzeichen ober den Querſtrich zum Zähler, und welche unter den Querſtrich zum Nenner gehören.

Oben hinauf gehört, was eine richtig abgeſetzte Ausſprache zum Anſchreiben angiebt; unten herab wird geſetzt, was die mit halber, e, es, tel, oder ſtel, nachklingende Sprache ausdrückt.

Der Zähler wird alſo zuerſt obenan — dann unter das gezogene Querſtrichlein gleich der Nenner geſetzt; jedoch beobachtet man gern hiebey dieſe Setzung, daß gegen die rechte Hand hin keines der Zahlzeichen vom Zähler und Nenner weiter, als der Querſtrich geht, hinausgerückt werde, alſo Einer unter Einer, Zehner unter Zehner ꝛc. ꝛc. geſetzt kommen. Z. B.

Man ſoll anſchreiben vier und zwanzig Halbe. — Man ſchreibt hin $\frac{24}{2}$

3 Siebenzehntel wird ausgedrückt mit $\frac{3}{17}$

11 Neunzehntel = = = $\frac{11}{19}$

8 Hundert 154ſtel = = = $\frac{300}{154}$

11 — 2 Hundert 2tel = = = $\frac{11}{202}$

15 — 2 Tauſend 4tel = = = $\frac{15}{2004}$

3044 — 3 mal hundert Tauſend 4 Hundert 56ſtel — $\frac{3044}{300456}$

149896 — 3 Hundert 22 Tauſend 20ſtel — $\frac{149896}{322020}$

Statt des Querſtriches wurde neu eingeführt ein Seitenſtrich (/), welchem zur Linken der Zähler, und gerade gegenüber zur Rechten der Nenner geſetzt wird. Z. B. 5/8 — 13/20. Wenn Brüche allein ſtehen, ſieht dies gut; wenn ſolche aber ganzen Zahlen anzuhängen ſind, wird beſſern Unterſchieds wegen der alte Querſtrich beibehalten. Z. B. 15 $\frac{2}{13}$ — 6 $\frac{7}{10}$ ꝛc.

VI. Abſchnitt.

Die römiſchen Zahlzeichen oder Ziffern.

§. 14.

Nebſt den deutſchen Zahlzeichen, welche man eigentlich die Arabiſchen nennt, weil ſie von den Arabern (Morgenländern) hergekommen ſeyn ſollen, bedient man ſich auch hie und da der 7 lateiniſchen Buchſtaben;

— I. V. X. L. C. D. M. —

Dieſe hießen nach dem gemeinen Sprachgebrauche insgemein römiſche Zahlen, weil ſie von der Buchſtabenſchrift der alten Römer herkommen. Ihre einzelne Ausſprache und Bedeutung iſt folgende:

I.	V.	X.	L.	C.	D.	M.
Eins.	Fünf.	Zehn.	Fünfzig.	Hundert.	Fünfhundert.	Tauſend.

Statt D findet man auch in den Schriften Iɔ, und für M auch cIɔ.

Um mit denſelben auch Zahlen kurz ausdrücken zu können, hat man ihnen eben ſo, wie den arabiſchen Zahlzeichen nach ihrer verſchiedenen Setzung eine verſchiedene Bedeutung und Ausſprache gegeben, und zwar:

1) Wenn die nämlichen Buchſtaben 2 — 3 oder mehrmal beiſammenſtehen, ſo bedeuten ſie 2 oder 3 oder mehrmal ſoviel, als:

II bedeutet	2. —	III bedeutet	3.			
XX =	20. —	XXX =	30.			
CC =	200. —	CCC =	300. —	CCCC bedeutet 400.		
MM =	2000. ꝛc.					

2) Wenn einem der 7 Buchſtaben von größerer Bedeutung ein anderer von geringerer Bedeutung 1 — 2 oder mehrmal zur Rechten vorſteht, ſo wird dieſer jenem hinzugezählt, als:

VI bedeutet	6. —	VII bedeutet		7. —	VIII bedeutet		8.		
XI	= 11. —	XII	=	12. —	XIII	=	13. —	XV bed. 15.	
LX	= 60. —	LXX	=	70. —	LXXX	=	80.		
CL	= 150. —	DC	=	600. —	DCC	=	700.		
MCXI	= 1111. —	MDX	=	1510.					
MDCLXVI	= 1666. —	MDCCLXXXXVI	=	1796. ꝛc.					

3) Wenn aber einem der 7 Buchſtaben von größerer Bedeutung ein anderer von geringerer Bedeutung 1 mal zur Linken vorſteht; ſo gilt jener um ſo viel weniger, als dieſer, z. B.

IV bedeutet	4.			
IX	= 9. —	XIX bedeutet		19.
XL	= 40. —	XC	=	90.
CDII	= 402. —	CM	=	900 ꝛc. ꝛc.

Jedoch will man behaupten, daß die Römer mit einem vor M Links vorſtehenden weniger bedeutenden Buchſtaben nur die Vielheit der Tauſende anzeigten, z. B. 10000 mit XM, 100000 mit CM. Dergleichen Zahlen findet man aber bei denſelben mehr mit Worten, als mit einzelnen Buchſtaben ausgedrückt.

§. 15.

Der römiſchen Zahlzeichen bedient man ſich heute zu Tags gemeiniglich bei öffentlichen Aufſchriften und in gelehrten Schriften bei Beſtimmung eines Alters, einer Jahrzahl, einer Abtheilung ꝛc. ꝛc., wie ſelbſt in dieſem Buche zu leſen iſt. Die gemeinen Leute bedienen ſich auch derſelben in ihren kleinen Alltagsrechnungen, wo ſie nicht mit der Feder, ſondern mit der Kreide ihre Zahlen geſchwind anſchreiben, aber ſie gebrauchen gemeiniglich nur die 3 erſteren Buchſtaben: I. V. X. z. B.

anſtatt	8	ſchreiben	ſie	VIII.	
=	12	=	=	XII.	
=	14	=	=	XIV	oder XIIII.
=	15	=	=	XV	= XIIIII.
=	20	=	=	XX.	

Haben ſie anzuſchreiben 8 $\frac{1}{2}$, ſo legen ſie I um auf folgende Art $\overline{\text{VIII}}$.

Mehreres hievon lehrt der gemeine Umgang.

Zweiter Unterricht

die

Grundrechnung in ungenannten ganzen Zahlen,

oder die vier erſten Rechnungsarten in denſelben betreffend.

I. Abſchnitt.

Vorläufige Erklärungen.

§. 16.

Rechnen heißt aus einigen gegebenen bekannten Zahlen eine verlangt werdende neue noch unbekannte finden, welche mit jenen in einer gewiſſen Verbindung ſtehet. Wenn man alſo nach Erſten Unterricht, II. und III. Abſchnitt nur Zahlen ausſpricht oder anſchreibt; ſo heißt dies nicht rechnen, weil dadurch keine neue Zahl gefunden, ſondern eine ſchon bekannte, gehörig zuſammengefaßte, oder zuſammengerechnete Zahl blos mündlich oder ſchriftlich ausgedrückt wird. Demnach können nur einige einzeln geſetzte, und wie §. 11 durch ein Beiſpiel zeigt, noch nicht gehörig zuſammengefaßte oder verbundene Zahlen ein Gegenſtand des Rechnens werden.

§. 17.

Einzeln gegebene oder geſetzte ganze Zahlen, mit denen man rechnet, können gegen einander betrachtet, einfach und mehrfach, gleich und ungleich, gerad und ungerad ſeyn.

Welche Zahlen einfach und mehrfach ſeyen, iſt oben §. 5 und 6 gelehrt worden.

Gleich heißen jene Zahlen, welche gleichviel beſtimmen, daher gegen einander betrachtet durch die nämlichen Zahlzeichen ausgedrückt ſind. Z. B. 1 und 1 — 2 und 2 — 3 und 3 ꝛc. — 12 und 12 ꝛc. — 20 und 20 ꝛc. — 425 und 425 ꝛc. — 300 und 300 ꝛc. — 501 und 501 ꝛc. —

Ungleich heißen die Zahlen, welche ungleich viel, die eine mehr — die andere weniger — beſtimmen, daher auch gegen einander betrachtet, nicht durch die nämlichen Zahlzeichen ausgedrückt ſind. Z. B. 1 und 2 — 7 und 5 und 6 — 12 und 15 — 20 und 30 — 425 und 421 ꝛc. — Man nennt auch insgemein die Zahl, welche mehr beſtimmt, eine größere, und welche weniger beſtimmt, eine kleinere Zahl.

Gerad heißt man die Zahlen, welche ſich in 2 gleiche Zahlen theilen laſſen, z. B.

2 läßt ſich theilen in 1 und 1
4 = = = = = = 2 = 2
6 = = = = = = 3 = 3
8 = = = = = = 4 = 4
10 = = = = = = 5 = 5 ꝛc.

Letztere Zahl 10, und alle Zahlen, welche gegen die rechte Hand am Ende mit Nullen ausgedrückt ſind, heißen auch runde Zahlen von 0 (Null). —

Alſo ſind 2. 4. 6. 8. 10 ꝛc. gerade Zahlen.

Ungerad heißt man jene Zahlen, welche ſich nicht in 2 gleiche Zahlen theilen laſſen. Z. B. 1 — 3 — 5 — 7 — 9 — 11 — 13 — 15 — 17 — 19 — 21 — 23 ꝛc.

§. 18.

Wie nun, wenn einige dieſer verſchiedenen Zahlen gegeben ſind, daraus eine verlangt werdende neue, mit dieſen eine gewiſſe Verbindung habende Zahl erfunden werde, lehrt die Rechenkunſt als eine Wiſſenſchaft von Zahlen, und beſchäftiget ſich zu dem Ende blos mit Vermehren und Vermindern derſelben.

Beides, das Vermehren und Vermindern der gegebenen Zahlen, lehrt ſie auf zweierlei Art, und zwar:

a) Das Vermehren.

1) Durch nach und nach zu pflegendes Hinzuſetzen, oder Hinzuzählen zweier oder mehrerer gegebenen Zahlen zu einander mit dem Wörtchen und, z. B. 1 und 1 vermehren ſich zu 2, d. h. 1 und 1 ſind 2, — 2 und 1 ſind 3, — 9 und 1 ſind 10, — 2 und 1 und 4 ſind 7.

2) Durch ſo öfteres Nehmen, oder Verdoppeln, Vervielfältigen einer gegebenen Zahl, als eine andere gegebene beſtimmt, mit dem Wörtchen Mal. Z. B. 4 vermehrt ſich durch 2 zu 8, oder 2 vermehrt ſich durch 4 zu 8, d. h. 4 iſt ſo oft zu nehmen, als 2 beſtimmt, oder 2 iſt ſo oft zu nehmen, als 4 beſtimmt. Nämlich 2 mal 4 iſt 8 und 4 mal 2 iſt auch 8.

b) Das Vermindern.

1) Durch allmähliges Abziehen oder Abzählen einer gegebenen kleinern Zahl von einer gegebenen größern mit dem Wörtchen von, z. B. 4 vermindert ſich auf dieſe Art durch 2 zu 2, d. h. 2 von 4 abgezogen, abgezählt bleiben 2.

2) Durch ſo oft, oder vielmaliges Abziehen oder Abzählen einer gegebenen Zahl von einer andern, als jene in dieſer ganz, oder auch nur theilweis enthalten iſt; oder durch ſo vielmaliges Theilen einer gegebenen Zahl in eine andere, als jene in dieſer ganz oder auch nur theilweis enthalten iſt, welches geſchieht mit dem Wörtchen in. Z. B. 2 vermindert ſich auf dieſe Art durch 2 zu 1, d. h. 2 iſt in 2 enthalten 1 mal ganz — 4 auf dieſe Art vermindert ſich durch 2 zu 2, d. h. 2 iſt in 4 enthalten 2 mal — oder 1 vermindert ſich auf dieſe Art durch 2 zu 1/2, d.. h. 2 iſt in 1 enthalten nicht 1 Ganzes = ſondern 1/2tel, 1 halbes Mal. — Ferner 4 vermindert ſich durch 3 zu $1\frac{1}{3}$ Mal, d. h. 3 iſt in 4 enthalten 1 Ganzes = und 1/3tel Mal. Die Entſtehung dieſer Brüche wird unten im Vten Abſchnitte, wo ſolche verſtändlicher erklärt werden kann, deutlicher gezeigt werden.

§. 19.

Aus dieſem zweierlei Vermehren und Vermindern der Zahlen haben die alten Lehrer der Arithmetik (Rechenkunſt) 4 Rechnungsarten, oder nach ihrer lateiniſchen Sprache 4 Species gebildet, nämlich:

1) Die Addition (das Hinzuſetzen, Hinzuzählen, Hineinzählen),
2) = Subtraction (das Abziehen, Abzählen),
3) = Multiplication (das Vervielfältigen, Verdoppeln),
4) = Diviſion (das Zertheilen, Gleichetheilen),

und für jede dieſer 4 Rechnungsarten gewiſſe Rechnungsregeln feſt geſetzt, um beſonders bei großen mehrfachen Zahlen nicht leicht fehlen zu können, welche alle in nachſtehenden 4 Abſchnitten auseinander geſetzt werden. Da hierauf nach §. 18 alles Rechnen beruht, ſo werden dieſelbe füglich die Grundrechnung genannt, und zwar nach §. 3 die Grundrechnung in ungenannten oder genannten Zahlen.

§. 20.

Auch wurde von den alten Lehrern

1) zum Behufe des leichten und geſchwinden Rechnens in erſt erwähnten 4 Rechnungsarten eine allgemeine Rechentafel — das ſogenannte Einmal Eins — erfunden, welches Anfänger vor allen auswendig zu erlernen haben, wenn ſie einen Fortgang in der Rechenkunſt machen wollen. Zu dem Ende ſteht ſolches in am Ende beiliegender Tabelle II. vor= — und rückwärts ausgefertigt. Ihr guter Gebrauch ſoll bei jeder Rechnungsart augenfällig gezeigt werden.

2) Zur beſondern Erleichterung und Beförderung der Diviſion oder Theilungen zweier Zahlen in einander, hauptſächlich, wenn dieſe große mehrfache Zahlen ſind, haben die neueren Lehrer der Rechenkunſt gelehrt, ſolche vorher verkleinert (gehoben) in Anſatz zu bringen. Da aber dies Verkleinern (Heben) eine vollſtändige Kenntniß von der Diviſion ſelbſt vorausſetzet, ſo ſoll erſt hievon ausführlich unten im Vten Abſchnitte nach den Regeln von der Diviſion gehandelt werden.

II. Abſchnitt.

Die Addition oder das Addiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 21.

Addiren heißt aus 2 oder mehreren gegebenen Zahlen eine neue ſo große Zahl finden, welche alle dieſelben in ſich enthält (zuſammengefaßt, in eine Zahl verbindet). Demnach iſt die Addition nichts als die Zuſammenfaſſung, Zuſammenzählung, Verbindung mehrerer Zahlen in eine große eben ſo viel gültige Zahl.

Die 2 oder mehreren gegebenen Zahlen, nennt man kurz: Summirende — Zahlen oder Poſten, und die neu gefundene Zahl Summe, oder Betrag. —

Eine Summe wird alſo die Zahl genannt, welche ſo groß iſt, als 2 oder mehrere Zahlen zuſammengenommen, z. B. nach §. 18. litt. a Nro. 1. iſt 2 die Summe von 1 und 1, — 7 die Summe von 1 — 2 und 4, — oder eine Summenzahl iſt die Beſtimmung des wie viel zuſammen? oder wie viel im Ganzen?

Zum Addiren können demnach 2 und mehrere ſummirende Zahlen, welche ſogar nach §. 17 verſchieden ſeyn können, gegeben werden. Sind nur einfache Zahlen zum Addiren, d. h. zur Erfindung ihrer Summe gegeben worden, ſo hat man nur das Hinein= oder Hinzuzählen zu wiſſen, welches darin beſteht, daß man im Kopfe, d. h. im Sinne eine der gegebenen Zahlen durch nach und nach zu pflegendes Ein= oder Hinzuzählen ſo vieler Eins vermehrt, oder vergrößert, als eine andere, oder mehrere gegebene Zahlen nach einander enthalten. Z. B. bei 5, 3, 2 ſage ich, 5 und 3 Eins dazu ſind 8, 2 Eins dazu ſind 10. Dadurch habe ich die Zahl 5 mit 3 und 2 auf 10 vermehrt oder vergrößert, oder die 3 Zahlen in die eine Zahl 10 zuſammengefaßt. Wenn aber einfache und mehrfache, oder nur mehrfache, beſonders große mehrfache Zahlen zum Addiren vorkommen, ſo wird, um dieſe jedesmal auf eine richtige Summe zu bringen, beſonders erfordert, daß dieſes Hinein= oder Hinzuzählen annebſt nach der ſteigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig nach und nach geſchehe, wozu folgende Regeln dienen:

§. 22.

Regeln der Addition.

1) Die ſummirenden (zu addirenden) Zahlen, welche 2 oder mehrere ſeyn können, werden alſo unter einander angeſetzt, daß die Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. ſ. w. gerade abwärts zu ſtehen kommen, dann wird ein Querſtrich darunter gezogen.

2) Fängt man rechts an, die Einer mit dem Worte und, aufwärts zuſammen zu zählen. Machen dieſe eine einfache Zahl aus, ſo ſchreibt man ſolche alsdann unter den Querſtrich gerade unter die Einer herab; eben ſo macht man es auch bei den Zehnern, Hunderten, u. ſ. w. wenn einige derſelben folgen.

3) Wenn die Einer — desgleichen auch die Zehner, Hunderte u. ſ. w. eine mehrfache Zahl ausmachen, welche mit 2 oder gar 3 Zahlzeichen auszudrücken iſt, ſo wird nur das eine Zahlzeichen Rechts ſtehend, jedesmal unter den Querſtrich herabgeſetzt, das andere oder die andern aber Links ſtehend, werden nach ihren Zahlenwerth zur folgenden nächſten Zahlenreihe aufwärts eingezählt; folgt aber keine Reihe oder kein Zahlzeichen mehr aufwärts, ſo wird die mehrfache Zahl ganz herabgeſetzt.

4) Wenn in einer Zahlenreihe aufwärts unter den eigentlichen Zahlzeichen auch Nullen vorkommen, ſo werden dieſe als nichts geltend übergangen; beſteht aber dieſe Reihe nur aus 1 oder mehreren Nullen, ſo wird nur 1 Null unter den Querſtrich gerade herabgeſetzt, wenn nicht aus der vorher addirten Reihe ein eigentliches Zahlzeichen nach 3ter Regel übrig iſt, welches alsdann ſtatt des Nulls darunter zu ſetzen iſt. Man lerne die Anwendung dieſer Regeln aus folgenden Beiſpielen, und zwar

Beiſpiele für die 1te und 2te Regel.

Z. B. man hat die beiden Zahlen: 524 und 242 auf eine Zahl zu bringen, oder zu addiren, ſo ſetzt man an: $\begin{array}{r}524\\ \underline{242}\end{array}$, und weil man die Einer zuerſt aufwärts zu zählen hat, beym Aufwärtszählen aber leicht zu

zählen anfängt, wenn man die erſte größere Zahl zuerſt ſpricht und die kleinere hernach hinzuzählt, ſo ſagt man: 4 und 2 ſind 6. Dies 6 als eine einfache Zahl gerade unter die Einer herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}524\\242\\\hline 6\end{array}$. Die Zehner 4 und 2 ſind auch 6. Dies 6 wieder als eine einfache Zahl gerade unter die Zehner herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}524\\242\\\hline 66\end{array}$. Endlich die Hunderte 5 und 2 ſind 7. Dies 7 auch wieder als eine einfache Zahl gerade unter die Hunderte geſetzt, giebt $\begin{array}{r}524\\242\\\hline 766\end{array}$, ſonach wurden die beyden Zahlen 524 und 242 auf die einzige Zahl 766 richtig gebracht, oder addirt.

Man hat ferner die 5 Zahlen: 2 — 11 — 3 — 652 — 211 zuſammen zu addiren. Nach erſt gelehrtem Anſatze wird angeſchrieben: 2 und nach erſt gezeigten, darnach gemachten Aufwärtszählen

$$\begin{array}{r}2\\11\\3\\652\\211\\\hline\end{array}$$

erhält man zur richtige Summe 879.

Beiſpiele für die 3te Regel.

Z. B. man ſoll die 3 Zahlen: 524 — 236 — 742 addiren. Der Anſatz iſt $\begin{array}{r}524\\236\\742\\\hline 1502\end{array}$ weil hier die Einer in der erſten Reihe aufwärts 12, eine mehrfache Zahl, zählen, ſo wird hievon 2 Rechts unter die Einer herabgeſetzt, und das 1 Links den folgenden Zehnern aufwärts eingezählt, ſprechend: 4 und 1 giebt 5, 3 dazu giebt 8, 2 dazu giebt 10. — Nun wird hievon 0 Rechts unter die Zehner herabgeſetzt, und das 1 Links den weiter folgenden Hunderten aufwärts eingezählt; nämlich 7 und 1 giebt 8, 2 dazu giebt 10, 5 dazu

giebt 15, und weil keine Zahlenreihe mehr aufwärts folgt, ſo wird die ganze mehrfache Zahl 15 unter die Hunderte herabgeſetzt, jedoch ſo, daß 5 unter die Hunderte gerade herab — und 1 als Tauſend neben hinausgerückt zu ſtehen kommt.

Ferner wenn man die 10 pur einfache Zahlen: 6 — 2 — 7 — 3 — 5 — 2 — 1 — 8 — 4 — 9 zuſammenzählen ſoll, ſo ſetzt man ſolche als Einer gerade unter einander an, und verfährt bei ihrer Zuſammenzählung, wie bisher, als

6
2
7
3
5
2
1
8
4
9
47

weil hier die Einer die mehrfache Zahl 47 betragen, und keine Reihe mehr aufwärts zu zählen nachfolgt, ſo wird 47 als die richtige Summe ganz unter den Querſtrich herabgeſetzt, jedoch ſo, daß 7 unter die Einer gerade herab — und 4 als Zehner neben hinausgerückt zu ſtehen kommt.

5364 — 542 — 764 zuſammenaddirt, als

	5364
	542
	764
geben die richtige Summe	6,670

weil hier die Einer 10 betragen, ſo wird unter die Einer nur ein 0 geſetzt, und das 1 den folgenden Zehnern eingezählt, welche mit 1 betragen 17. Nun wird 7 unter die Zehner herabgeſetzt, und 1 den weiter folgenden Hunderten eingezählt, welche mit 1 betragen 16. Daher wird 6 unter die Hunderte herabgeſetzt, und 1 den ſchlüßlich folgenden Tauſenden eingezählt, welche mit 1 vermehrt, 6 betragen. Dies 6 wird dann gerade unter die Tauſende herabgeſetzt, und ſo kommt heraus die richtige Summe 6,670.

2
31
4
798
31
611
19
1243
2739

Weil hier die Einer 29 betragen, ſo wurde nur 9 herabgeſchrieben, und 2 zu den Zehnern gerechnet. Dieſe betragen 23 mit 2, daher ſchrieb man nur 3 herab, und rechnete 2 zu den Hunderten. Dieſe betragen 17 mit 2, und man ſchrieb nur 7 herab. Nun das 1 zu 1 Tauſend gezählt giebt 2. Auf dieſe Art kam die richtige Summe 2739 heraus.

Wenn ich 789 in einer Reihe 12mal herabgeſetzt habe, und zuſammen addiren ſoll, ſo zähle ich ſehr leicht aufwärts, wenn ich die Rechentafel, oder das ſogenannte Ein mal Eins nach §. 20 im Kopfe habe, nämlich:

789
789
789
789
789
789
789
789
789
789
789
789
9,468

Hier ſpreche ich a) bei den Einern: 10 mal 9 iſt 90 — 9 dazu iſt 99, 9 weiter dazu iſt 108, und ſetze 8 gerade unter die Einer herab. Das übrige 10 zähle ich dann den folgenden Zehnern ein —

ſprechend b) bei den Zehnern: 8 mal 10 iſt 80, und mit den 10 von den Einern 90 — 8 dazu 98, 8 weiter dazu 106. Ich ſetze dann 6 gerade unter die Zehner herab, und das übrige 10 zähle ich dann den weiter folgenden Hunderten ein. Nämlich

ich ſpreche c) bei den Hunderten: 7 mal 10 iſt 70 — und mit den 10 von den Zehnern 80, 7 dazu 87, 7 weiter dazu 94. Weil nun keine Reihe mehr aufwärts zu zählen vorkömmt, ſo ſetze ich die ganze mehrfache Zahl 94 alſo herab, daß 4 gerade unter die Hunderte, und 9 als Tauſende neben hinausgerückt zu ſtehen kommt.

Auf dieſe leichteſte Zählungsart habe ich nun 12 mal 789 in die richtige Summe 9468 gebracht.

Beiſpiele für die 4te Regel.

Bei 5764
130
209
6103

iſt bei dem Aufwärtszählen das 0 unter den Einern und Zehnern als nichts geltend zu übergehen, und nach den 3 erſten Additionsregeln zu verfahren.

Dann bei

	403
	2
	4
	409

iſt das bloße Null in der Zehnerreihe gerade unter den Querſtrich herabzuſetzen, weil die Einer-Reihe keine mehrfache Zahl beträgt.

Ferner bei

	400
	3100
	340
	3000
	6840

wird unter die Einer-Reihe, welche aus 4 Nullen blos beſteht, nur ein 0 gerade herabgeſetzt; in der Zehnerreihe werden die 3 Nullen als nichts geltend übergangen, desgleichen in der Reihe der Hunderten übergeht man das eine 0. Endlich

bei dergleichen Poſten

	500004
	709701
	202
	103
	1,210,010

wird in der Reihe der Zehner aus pur 0 beſtehend, weil die Einer die mehrfache Zahl 10 betragen, dieſe ganz gerade herabgeſchrieben. In der Reihe der Hunderten wird zwar das 0 übergangen, weil aber dieſe 10 beträgt, ſo wird ein 0 gerade unter die Hunderte herabgeſetzt, und das 1 als 1 Tauſend den 9 Tauſenden mit Übergehung des Nulls eingezählt, woraus 10 reſultirt, welches ganz gerade herabgeſetzt wird, weil 10 Tauſendreihe aus pur Nullen beſteht.

Bei

999	
878	
909	
989	
675	
878	— 4450
999	....
909	....
999	....
909	....
878	....
989	— 5572
909	....
989	....
909	....
989	....
14807	— 4785
	14,807 Hauptſumme.

wo der Poſten ſo viele und ſtarke mit mehrfachen Zahlen gegeben ſind, welche nur mit der größten Aufmerkſamkeit nach den Additionsregeln richtig addirt werden können, erleichtert man ſich das Addiren dadurch, daß man dieſe durch 2 gegen die rechte Hand hin gezogenen Querſtriche in 3 Klaſſen abtheilt, jede Klaſſe nach den bisherigen Regeln addirt, und die Summe jedesmal unter den hinausgezogenen Querſtrich ſetzt, ſo, daß jede Summe den Anſatz nach der erſten Additionsregel erhält, weil zuletzt die einzelnen Summen in eine Hauptſumme zu bringen ſind.

§. 23.

Beſondere Additionsvortheile zum Behufe des geſchwinden Addirens.

Die beſondern Additionsvortheile ſollen nichts, als das möglichſt geſchwindeſte Zuſammenzählen der Zahlen angeben. Nach erklärten Beiſpielen für die obige 1te und 2te Additionsregel fängt man beym Aufwärtszählen einer Zahlenreihe zwar leicht an zu zählen, wenn man die erſte größere Zahl zuerſt ſpricht, und die kleinere hernach hinzuzählt. Wenn aber dieſe nicht 1 — 2 — 3 oder 4 iſt, ſo ſtockt ein Anfänger ſchon beym Zählen. Daher merke ſich derſelbe zu ſeiner Erleichterung folgende Vortheile:

1) Leicht und geſchwind zählt man aufwärts, wenn auf 10 gezählt wird, d. h. eine anfangende größere Zahl einer kleinern eingezählt 10 giebt, z. B. 7 und 3 giebt 10, weil man hernach leicht zu 10 zählt 5, 6, 7, 8, 9, nämlich 10 und 5 giebt 15; 10 und 6 giebt 16; 10 und 7 giebt 17 u. ſ. w.

2) Wenn dies anfangende 10 zählen nicht natürlich folgen will, ſo darf man nur der kleinern Zahl ſo viel abzählen, als die größere Zahl zu 10 braucht, und ſich um ſo viel die kleinere Zahl geringer denken, oder ausſprechen, welche dann nur dem 10 einzuzählen iſt. Z. B. bei 9 und 5 ſage: 1 von 5 genommen und zu 9 gerechnet, giebt 10, hiezu die übrigen 4, giebt 14; alſo 9 und 5 ſind 14.

Bei 8 und 6 ſage: 2 von 6 genommen und zu 8 gezählt, giebt 10, hiezu die übrigen 4, giebt 14.

3) Wenn man von 10 auf 10 zählen kann, und dabei die Rechentafel oder das ſogenannte Einmal Eins nach §. 20 auswendig weiß; als: 10 und 10 giebt 20, weil 2 mal 10 iſt 20. — 10 noch dazu giebt 30 ꝛc. ꝛc. —

4) Wenn man beym Aufwärtszählen zu 13, 14, 15 ꝛc. 9 zu zählen hat, ſo zählt man 9 als 10 ein, rechnet aber zuletzt 1 zurück; als: bei 15 denke man ſich 9 als 10 und ſpreche: 15 und 10 giebt 25, 1 aber weniger 24. Alſo zählt man auch 25 und 9 auf 34. — 82 und 9 auf 91 ꝛc. —

Eben ſo kann man es auch bei 8 machen, wo man zuletzt 2 zurückzurechnen hat, als: bei 14 und 8 ſagt man: 24 und 2 zurück 22.

5) Wenn man beim Aufwärtszählen 2 oder mehrere gleiche Zahlen hat, und das Einmal Eins zu Hilfe nimmt, z. B. bei 7 und 7 ſagt man 14, weil 2 mal 7 iſt 14. Bei 9, 9, 9, 9, ſagt man 36, weil 4 mal 9 iſt 36 ꝛc. Dieſer Vortheil wurde ſchon oben im letzten Beiſpiele für die dritte Additionsregel gebraucht.

6) Wenn man beim Aufwärtszählen 2 oder mehrere ungleiche Zahlen mittelſt Ab- und Zuzählen im Sinne zu gleichen Zahlen machen kann, und dann nach dem erſtgeſetzten fünften Vortheil verfährt. Z. B. bei 7 und 8 ſage: 2 mal 7 iſt 14, 1 dazu giebt 15. — Bei 6, 7, 6, ſage: 3 mal 6 iſt 18, 1 dazu giebt 19. — Bei 9, 8, 9, ſage: 3 mal 8 iſt 24 und 2 dazu 26. — Bei 8, 6, 7, ſage: 3 mal 7 iſt 21.

Beiſpiele ad 1.

630 479 823 397 2,329	Hier ſagt man bei den Einern: 7 und 3 iſt 10, 9 dazu 19 — bei den Zehnern 9 und 1 geblieben 10, 7 dazu 17, 2 dazu 19, 3 dazu 22 — bei den Hunderten 8 und 2 geblieben iſt 10, 3 dazu 13, 6 und 4 oder 10 dazu iſt 23. —	107 250 392 408 1,157	Hier ſagt man bei den Einern: 8 und 2 iſt 10, 7 dazu 17 — bei den Zehnern 9 und 1 geblieben iſt 10, 5 dazu 15 — bei den Hunderten 4 und 1 geblieben iſt 5, 3 dazu iſt 8, 2 dazu iſt 10, 1 dazu iſt 11.

Beiſpiele ad 2.

532 258 789 1,579	Hier ſpricht man 9 und 1 von 8 dazu iſt 10, 7 dazu iſt 17, 2 dazu iſt 19. Bei den Zehnern 8 und 1 geblieben iſt 9, 1 von 5 hiezu iſt 10, 4 dazu iſt 14, 3 dazu iſt 17. Bei den Hunderten 7 und 1 geblieben iſt 8, 2 dazu iſt 10, 5 dazu iſt 15.	564 305 607 1,476	Hier zählt man 5 und 4 iſt 9, 1 von 7 hiezu iſt 10, die 6 übrigen hiezu iſt 16. Bei den Zehnern 6 und 1 geblieben iſt 7. Bei den Hunderten 6 und 3 iſt 9, 1 von 5 hiezu iſt 10, die übrigen 4 hiezu iſt 14.

Beiſpiele ad 3.

506
104
902
108
309
701
———
2,630

Hier ſpricht man: 9 und 1 iſt 10, 8 und 2 iſt 10, 6 und 4 iſt 10, alſo 3 mal 10 iſt 30, und ſchreibt 30 ganz herab, weil keine Zehner da ſind. Bei den Hunderten, 7 und 3 iſt 10, 9 und 1 iſt 10, alſo 2 mal 10 iſt 20, 5 dazu iſt 25, 1 dazu iſt 26.

17
23
34
46
———
120

Hier kann man ſprechen: 6 und 4 iſt 10, 7 und 3 auch 10, alſo 2 mal 10 iſt 20. Bei den Zehnern 4 und 2 geblieben iſt 6, 3 dazu iſt 9, 2 dazu 11, 1 dazu 12 — oder kürzer, zuerſt die Zehner zuſammennehmen, ſprechend: 40, 30, 20, 10 iſt 100, hiezu die 2 Zehner Einer zählen giebt auch 120.

Beiſpiele ad 4.

899
143
484
906
———
2,432

Hier ſpricht man: 6 und 4 iſt 10, 3 dazu iſt 13, 9 als 10 hiezu iſt 23 und um 1 geringer 22. Bei den Zehnern 8 und geblieben 2 iſt 10, 4 dazu iſt 14, 9 als 10 dazu 24 und um 1 weniger 23. Bei den Hunderten 9 und 2 geblieben iſt 11, 4 dazu iſt 15, 1 dazu iſt 16, 8 als 10 dazu iſt 26 und 2 weniger 24.

88
97
21
39
———
245

Hier kann man ſprechen: 9 und 1 iſt 10, 7 dazu 17, 8 als 10 dazu 27, und um 2 weniger 25. Bei den Zehnern 8 und 2 geblieben iſt 10, 9 dazu iſt 19, 2 dazu 21, 3 dazu iſt 24, oder ich kann bei den Zehnern auch unten aufwärts zählen, ſprechend: 3 und 2 geblieben iſt 5, 2 dazu iſt 7, 9 als 10 dazu 17, und um 1 weniger 16, 8 als 10 dazu iſt 26, und um 2 weniger 24.

Beiſpiele ad 5.

8345
8057
8315
———
24,717

Hier ſagt man bei den Einern: 2 mal 5 iſt 10, 7 dazu 17. Bei den Zehnern 5 und 1 geblieben iſt 6, und 1 dazu iſt 7, 4 dazu iſt 11. Bei den Hunderten 2 mal 3 iſt 6 und 1 geblieben iſt 7. Bei den Tauſenden 3 mal 8 iſt 24.

76
36
76
76
26
———
290

Hier ſagt man bei den Einern: 5 mal 6 iſt 30. Bei den Zehnern 3 mal 7 iſt 21, die 3 übrig geblieben von den Einern hinzu iſt 24, 3 noch dazu iſt 27, 2 endlich dazu iſt 29. Bei den Zehnern kann man auch von unten aufwärts zählen, ſprechend: 7 und 3 geblieben iſt 10, 7 dazu 17, 2 dazu iſt 19, 7 und 3 als 10 hinzu iſt 29.

Beiſpiele ad 6.

477 568 656 ——— 1,701	Hier ſagt man bei den Einern im Sinne: 3 mal 7 iſt 21. Bei den Zehnern, 3 mal 6 iſt 18 und 2 geblieben hinzu iſt 20. Bei den Hunderten, 3 mal 5 iſt 15, und 2 geblieben hinzu iſt 17.
678 789 438 ——— 1,905	Hier ſagt man bei den Einern: 3 mal 8 iſt 24, 1 dazu 25. Bei den Zehnern, 8 und 2 geblieben iſt 10, 7 und 3 als 10 hinzu 20. Bei den Hunderten mit gebliebenen 2 ſagt man: 3 mal 6 iſt 18 und 1 dazu iſt 19.

Beiſpiele zur Übung mit Anſatz.

	9	800040
4607890	56	4050
434274	534	700010
91045	4760	300000
3150	83108	801030
567	560980	2010
88	1287049	700030
9	86749797	20
5,137,023	88,686,293	3,307,190

Beiſpiele zur Übung, ohne Anſatz.

Wenn 5824 — 513 — 32 — 20 zuſammenaddirt werden, wie ſtark iſt die Summe?

Antwort 6,389.

Wie viel machen 950761 — 8234 — 70580 — 436 — 702135 — 40063 — 1020 im Ganzen genommen aus?

Antwort 1,773,229.

Wie viel betragen 438 — 701 — 3006 — 476 — 39 — 205 — 831027 — 526 — 7000 — 5384 — 70806?

Antwort 919,608.

Welches iſt der Betrag von den zuſammenaddirten Zahlen: 8 — 61 — 254 — 8167 — 381 — 962 — 45 — 38 — 74 — 7?

Antwort 9,997.

Welche große Zahl kommt zur Summe heraus, wenn 603 — 100 — 415 — 290 — 131 — 570 — 000 — 104 — 212 — 308 — 466 — 606 — 700 — 532 — 205 — 811 — 100 — 777 zuſammengezählt werden?

Antwort 7,830.

§. 24.

Probe über die Addition.

Da auch der geübteſte Rechner ſich leicht verrechnen kann, ſo iſt es gut, ſobald man etwas gerechnet hat, ſolches gleich regelmäßig nachzurechnen, um zu ſehen, ob man nicht gefehlt habe. Dies Nachrechnen heißt man Probe machen. Die Probe über die Addition geſchieht demnach alſo: man addirt noch einmal, und zwar, hat man das erſtemal von unten aufwärts gezählt, ſo zählt man das zweitemal von oben abwärts, und ſo umgekehrt; kommt zum zweitenmale das nämliche zur Summe heraus, ſo iſt recht addirt worden. Noch beſſer und ſichrer macht man die Probe über die Addition durch die Subtraction, welches in folgenden Abſchnitt gezeigt werden ſoll. So wie aber durch die Subtraction eine Probe über die Addition ſich machen läßt, ſo kann man auch durch die Addition eine Probe über das richtige Anſchreiben großer Zahlen (das ſogenannte alte Nummeriren) machen; denn die Addition geſchieht nach einer ordentlichen Untereinanderſetzung der in einer Bedeutung vielmal vorkommenden Zahlen; aber zum Anſchreiben gehörig ausgeſprochene (nummerirte) Zahlen ſind ſchon addirte (ſummirte) Zahlen. Wenn man alſo große ausgeſprochene Zahlen angeſchrieben hat, und ſehen will, ob man richtig angeſchrieben hat, ſo darf man ſie nur einzeln, wie ſolche ausgeſprochen werden, anſchreiben, jedoch ſo, daß ſie von einer Bedeutung untereinander geſetzt zu ſtehen kommen, hernach addiren; z. B. ich ſoll anſchreiben: 6 Millionen 8 Tauſend und 5. Ich ſchreibe hin 6,008,005. Nun dieſe einzeln geſetzt

```
   6,000,000
       8,000
           5   und addirt
   ---------
geben auch 6,008,005   alſo iſt richtig angeſchrieben worden.
```

Dies einzelne Anſetzen der Zahlen, wie ſolche ausgeſprochen werden, und hernach addiren, iſt beſonders da nothwendig, wenn ſie nach §. 11 in einer Bedeutung doppelt gegeben (ausgeſprochen) worden ſind, in welche man ſich beim Anſchreiben nicht gleich zu finden weiß; z. B. bei 11 Tauſend, 12 Hundert und 7, wo einfache Tauſende zweimal gegeben ſind, (11 Tauſend enthält ein zehn- und einfaches Tauſend, 12 Hundert enthält ein einfaches Tauſend und 2 Hundert) mache ich den Anſatz nach der erſten Additionsregel alſo:

```
  11000                                        11000
   1200                                         1100
      7                                           11
 ------                                       ------
 12,207   alſo auch bei 11 Tauſend, 11 Hundert und 11   12,111
```

III. Abſchnitt.

Die Subtraction, oder das Subtrahiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 25.

Subtrahiren heißt aus nur 2 gegebenen ungleichen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche den Unterſchied der Größe zwiſchen beiden beſtimmt, d. h. ausdrückt, um wieviel eine von den 2 gegebenen Zahlen größer als die andere ſei, oder wie viel Eins von der größern Zahl abzuziehen oder abzuzählen ſeien, daß ſie der kleinern gleich werde. Demnach iſt die Subtraction nichts anders, als die allmählige Verminderung, Verkleinerung einer gegebenen größern Zahl bis zu einer andern gegebenen kleinern, und beſtehet in Ab- oder Zurückzählung ſo vieler Eins, als die größere Zahl mehr enthält, und Setzung einer dritten Zahl, welche ſolches anzeigt.

Die eine gegebene größere Zahl, von welcher abgezählt, abgezogen (ſubtrahirt) werden ſoll, heißt man kurz: Minuendus, die andere gegebene kleinere Zahl, welche von den größern abgezählt, abgezogen (ſubtrahirt) werden ſoll, Subtrahendus, und die dritte daraus neu gefundene Zahl, Differenz oder Reſt.

Differenz oder Reſt, iſt alſo diejenige Zahl, welche anzeigt, um wie viel eine von 2 gegebenen Zahlen größer, als die andere ſei, z. B. nach §. 18. litt. b. Nro. 1 iſt 2 die Differenz oder der Reſt von 4 und 2; denn 2 von 4 abgezählt, abgezogen (ſubtrahirt) geben 2 zur Differenz oder zum Reſt, das heißt, 4 iſt um 2 größer als 1, oder eine Differenz, oder Reſtzahl iſt die Beſtimmung des wie viel mehr in Beziehung auf den Minuendus, und die Beſtimmung des wie viel weniger in Beziehung auf den Subtrahendus. —

Zur Subtraction werden demnach nur 2 gegebene Zahlen erfordert, und zwar eine größere, von welcher eine kleinere abgezogen werden kann, und ſoll. Zwei ganze gleiche Zahlen widerſprechen dem Begriffe der Subtraction, weil eine von der andern abgezählt, abgezogen keine Differenz, keinen Reſt giebt; z. B. 8 von 8, oder 12 von 12 genommen, bleibt Nichts, und eine größere Zahl läßt ſich von einer kleinern Zahl gar nicht abzählen, abziehen, z. B. man kann nicht ſagen, 8 von 7.

Welche Zahl größer, als die andere ſei, iſt §. 17 gelehrt worden. Bei einfachen Zahlen wiſſen es Anfänger leicht und gleich, z. B. daß 7 mehr als 5 ſei. Bei mehrfachen großen Zahlen haben ſie nur auf die Summe zu merken, welche jede ausdrückt. Z. B. 20 iſt gewiß mehr als 13 — 200 auch mehr als 199 ꝛc.

Um 2 einfache Zahlen von einander zu ſubtrahiren, oder die Differenz, den Reſt derſelben zu finden, braucht man auch nichts beſonders mehr zu wiſſen, als das Abzählen, welches darin beſteht, daß man im Sinne die gegebene größere Zahl durch allmähliges Abziehen, Abzählen ſo vieler Eins vermindert, oder verkleinert, als die gegebene kleinere Zahl enthält, indem man von der kleinern Zahl zur größern hinauf zählt. So viel 1 man da mehr zählt, um ſo viel iſt dieſe größer, d. h. dies iſt die Differenz oder der Reſt, welcher bemerkt wird. Z. B. wenn man 5 von 9 abzuziehen hat, ſo ſagt man, 5 von 9, indem man von 5 auf 9

zählt, und findet, daß 4 Eins von 5 auf 9 zu zählen ſind. Alſo iſt 9 um 4 größer, als 5 — oder 5 von 9 bleibt 4 — 4 iſt die Differenz, der Reſt.

Wenn man aber eine einfache Zahl von einer mehrfachen, oder 2 beſonders große mehrfache Zahlen von einander zu ſubtrahiren hat, ſo wird, um die Differenz oder den Reſt richtig zu finden, beſonders auch noch erfordert, daß dies Abzählen nach der ſteigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig jedesmal geſchehe, welches folgende Regeln lehren:

§. 26.

Regeln der Subtraction.

1) Die größere Zahl (der Minuendus) wird zuerſt, dann darunter die kleinere Zahl (der Subtrahendus) geſetzt, alſo daß, wie bei der Addition, Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte ꝛc. gerade abwärts unter einander zu ſtehen kommen, hierauf ein Querſtrich darunter gezogen.

2) Fängt man Rechts an, die untern Einer von den obern Einern mit dem Worte von abzuziehen (abzuzählen) der Reſt, welcher immer eine einfache Zahl beträgt, wird gleich unter den Querſtrich gerade unter die Einer herabgeſetzt. So geſchieht es auch bei den Zehnern, Hunderten u. ſ. w. wenn einige derſelben beiderſeits vorhanden ſind, und hat nur der Minuendus Zehner, oder Hunderte, ſo werden dieſe als Reſt unverändert herabgeſetzt, weil nichts von ihnen abzuzählen, oder abzuziehen iſt.

3) Kommen beiderſeits gleich viele Einer, Zehner, oder Hunderte, d. h. gleiche Zahlzeichen von einander abzuziehen vor, ſo wird immer gerade unter dieſelbe zum Reſte ein 0 herabgeſchrieben, desgleichen, wenn 0 von 0 abzuziehen iſt, zum Zeichen, daß kein Reſt geblieben iſt. Wenn aber ein 0 im Subtrahendus von einem eigentlichen Zahlzeichen im Minuendus abzuziehen iſt, ſo wird dieſes unverändert zum Reſte herabgeſetzt, weil ein 0 nichts abzählt.

4) Wenn ein oberes Zahlzeichen, wovon abgezogen werden ſoll, weniger, als das gerade darunter ſtehende bedeutet, oder gar ein 0 iſt, ſo muß man die Bedeutung des in der nächſtfolgenden Stelle oben ſtehenden Zahlzeichens um 1 verringern, d. h. davon 1 entlehnen. Dies entlehnte Eins gilt ein Zehn (zehn Einer) oder Hunderte u. ſ. w., je nachdem von Zehnern, oder Hunderten ꝛc. 1 entlehnt worden iſt, und wird links zu dem weniger bedeutenden Zahlzeichen oder 0 geſetzt gedacht, daher auch immer als zehn ausgeſprochen. Man bezeichnet deswegen das nächſtfolgende Zahlzeichen mit einem Punkte, welcher anzeigt, daß ſolches um 1 (ein Zehn) vermindert worden ſei.

5) Wenn das nächſte Zahlzeichen, bei welchem 1 entlehnt worden iſt, ſelbſt nur 1 iſt, ſo muß man ſich hernach dafür ein 0 geſetzt denken. Iſt aber ſtatt deſſelben ſchon ſelbſt ein 0 geſtanden, wovon ein 0, oder ein eigentliches Zahlzeichen abzuziehen iſt, ſo wird hiefür 9 geſetzt gedacht, und das weiter nächſtfolgende Zahlzeichen gilt 1 weniger, weil von dieſem ſtatt des Nulls nur 1 zu entlehnen iſt. Dieſes wird auch deswegen oben mit einem Punkte bezeichnet, nicht aber das 0.

6) Stehen oben im Minuendus 2, 3 oder mehrere Nullen nach einander, ohne daß ein eigentliches Zahlzeichen dazwiſchen ſteht, und es wird für dieſe entlehnt, ſo bedeutet das erſte 0 von der rechten zur linken Hand 10, und von den folgenden anderen Nullen jedes 9. Das nächſtfolgende Zahlzeichen gilt hernach wieder dafür 1 weniger, und wird deswegen oben mit einem Punkte bezeichnet, keines aber der Nullen.

7) Kommen ganz gleiche Zahlzeichen von einander zu ſubtrahiren vor, oder bleibt bei dem letzten Zahlzeichen links im Minuendus kein Reſt, ſo werden die Reſtabgänge nicht mit Nullen, ſondern Seitenſtrichen (,) angezeigt, weil ein Null links zuerſt ſtehend bei ganzen Zahlen gar nichts bedeutet. —

Die Anwendung dieſer Regeln zeigt ſich aus folgenden Beiſpielen:

Beiſpiele für die 1te und 2te Regel.

Wenn man die beiden Zahlen: 4163 — 6789 von einander ſubtrahiren ſoll, ſo ſetzt man letztere Zahl, weil ſie größer iſt, d. h. in ihrer Summe mehr beträgt, als Minuendus zuerſt, und erſtere kleinere Zahl als Subtrahendus gerade darunter alſo an: $\begin{array}{r}6789\\ \underline{4163}\end{array}$, und nach gemachtem Querſtriche ſpricht man bei den Einern: 3 von 9 bleibt 6; dies 6 als Reſt gerade unter die Einer herabgeſetzt, giebt $\begin{array}{r}6789\\ \underline{4163}\\ 6\end{array}$. Bei den Zehnern: 6 von 8 bleiben 2; dies 2 gerade unter die Zehner herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\ \underline{4163}\\ 26\end{array}$. Bei den Hunderten: 1 von 7 bleibt 6; dies 6 gerade unter die Hunderte herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\ \underline{4163}\\ 626\end{array}$. Bei den Tauſenden: 4 von 6 bleiben 2; dies 2 gerade unter die Tauſende herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}6789\\ \underline{4163}\\ 2626\end{array}$, und hat dadurch die dritte Zahl 2626 erfunden, welche anzeigt, daß gerade um ſo viel 6789 größer, als 4163 ſei.

Man hat z. B. ferner 799 — 5 von einander zu ſubtrahiren. Nach erſt gezeigtem Anſatze wird angeſchrieben: $\begin{array}{r}799\\ \underline{5}\end{array}$ und nach erſt gezeigten Abwärtszählen erhält man bei deu Einern zum Reſte 4. Da aber der Subtrahendus keine Zehner und Hunderte abzuzählen hat, ſo werden dieſe von dem Minuendus gerade als Reſte herabgeſchrieben, und man erhält die richtige Differenz $\begin{array}{r}799\\ \underline{5}\\ 794\end{array}$.

Alſo giebt auch 25 von 137 ſubtrahirt, wo der Subtrahendus keine Hunderte hat, zum Reſte $\begin{array}{r}137\\ \underline{25}\\ 112\end{array}$.

Desgleichen, wenn 212 von 8347 ſubtrahirt werden, bleiben $\begin{array}{r}8347\\ \underline{212}\\ 8135\end{array}$. Hier wird 8 von dem Minuendus unverändert als Reſt herabgeſchrieben, weil der Subtrahendus keine Tauſende abzuziehen hat.

Beiſpiele für die 3te Regel.

z. B. von 6317
5317 ſubtrahirt,
bleibt 1000 zum Reſte. Weil hier beiderſeits gleichviele Einer, Zehner und Hunderte, alſo gleiche Zahlzeichen von einander abzuziehen waren, ſo mußten für dieſelben Nullen zum Reſte herabgeſchrieben werden.

Ferner von 5000
2000 abgezogen,
bleiben 3000 zum Reſte. Weil hier beiderſeits ſtatt Einer, Zehner und Hunderte Nullen von einander abzuziehen vorkommen, ſo mußte überall nur ein 0 zum Reſte herabgeſetzt werden.

Endlich von 56410
36010 abgezogen,
bleiben 20400 zum Reſte. Hier kam in der Stelle der Einer ein 0 zum Reſte, weil nur Nullen von einander abzuziehen waren. Bei den Zehnern kam auch ein 0 zum Reſte, weil gleiche Zahlzeichen 1 von 1 abzuziehen waren. Bei den Hunderten wurde 4 zum Reſte unverändert herabgeſchrieben, weil hievon nur ein 0 abzuziehen war. Bei den Tauſenden wurde ein 0 zum Reſte herabgeſchrieben, weil auch wieder gleiche Zahlzeichen 6 von 6 abzuziehen waren.

Beiſpiele für die 4te Regel.

z. B. von 5243
3516 abgezogen,
bleiben 1727 zum Reſte. Weil hier die Einer und Hunderte im Subtrahendus größer, als im Minuendus ſind, ſo mußte, um ſubtrahiren zu können, 1 Zehn von Zehnern und 1 Tauſend von Tauſenden entlehnt werden. Daher ſind 4 Zehner mit einem Punkte und 5 Tauſend auch mit einem Punkte bezeichnet. Das entlehnte 1 von den Zehnern zu 3 links geſetzt gedacht, giebt 13. Nun kann man bei den Einern ſprechen: 6 von 13 bleiben 7. Da 4 wegen der Entlehnung um 1 verringert worden iſt, ſo bedeutet es 3, und man ſpricht daher bei den Zehnern: 1 von 3 bleiben 2. Ferner das entlehnte 1 von Tauſenden links zu 2 geſetzt gedacht, giebt 12. Nun kann man auch bei den Hunderten ſprechen: 5 von 12 bleiben 7. Da auch 5 wegen der Entlehnung um 1 verringert worden iſt, ſo bedeutet es 4, und man ſpricht endlich bei den Tauſenden: 3 von 4 bleibt 1.

Desgleichen von 6090
3247 abgezogen,
bleiben 2843 zum Reſte. Weil hier im Minuendus an der Stelle der Einer und Hunderte 0 geſetzt iſt, ſo mußte auch, um ſubtrahiren zu können, 1 Zehn von Zehnern, und 1 Tauſend von Tauſenden entlehnt werden, weswegen 9 Zeher und 6 Tauſende mit einem Punkte bezeichnet wurden; daher gelten 6 Tauſend nur 5 Tauſend, und 9 Zehner nur 8 Zehner, dann jedes Null Zehn. Nun kann man ſubtrahiren, und ſprechen: 7 von 10 bleiben 3, 4 von 8 bleiben 4, 2 von 10 bleiben 8, 3 von 5 bleiben 2.

Beiſpiele für die 5te Regel.

Z. B. von 3411
2303 abgezogen,
bleiben 1108 zum Reſte. Hier mußte, um ſubtrahiren zu können, 1 Zehn für die Einer entlehnt werden. Da dies entlehnte 1 das ganze Zehn (das 1 Zehn ſelbſt) iſt, ſo muß gedacht werden, daß das erſte 1 an der Stelle der Einer 11, das zweite an der Stelle der Zehner 0 bedeute. Daher ſpricht man: 3 von 11 bleiben 8, 0 von 0 bleibt 0, 3 von 4 bleibt 1, 2 von 3 bleibt 1.

Desgleichen von 310
208 abgezogen,
bleiben 102 zum Reſte. Hier wurde gleichfalls, um ſubtrahiren zu können, im Minuendus das ganze 10 zum 0 entlehnt, ſo daß das Null 10 und 1 Null gilt. Daher iſt alſo zu ſubtrahiren, ſprechend: 8 von 10 bleibt 2, 0 von 0 bleibt 0, 2 von 3 bleibt 1.

Ferner von 5023
3941 abgezogen,
bleiben 1082 zum Reſte. Hier mußte, um fortſubtrahiren zu können, 1 Hundert für die Zehner entlehnt werden; da aber dies 1 Hundert nicht von 0 an der Stelle der Hunderte entlehnt werden konnte, ſo entlehnte man von 5 Tauſend 1 Tauſend, wovon das Null 900 und die 2 Zehner 100 als Zehn, oder das zehnte Hundert erhielten. Deswegen wurde auch nur 5 Tauſend mit einem Punkte bezeichnet. Auf dieſe Art bekam im Minuendus 2 die Bedeutung von 12, und 0 die Bedeutung von 9; daher konnte man alſo ſub-

trahiren, ſprechend: 1 von 3 bleibt 2, 4 von 12 bleibt 8, 9 von 9 bleibt 0, 3 von 4 bleibt 1.

Endlich von 30112
10567 abgezogen,
bleiben 19545 zum Reſte. Denn 7 von 12 bleibt 5, 6 von 10 bleibt 4, 5 von 10 bleibt 5, 0 von 9 bleibt 9, 1 von 2 bleibt 1.

Beiſpiele für die 6te Regel.

z. B. von 80000
34904 abgezogen,
bleiben 45096 zum Reſte. Weil hier im Minuendus das erſte 0 Rechts 10, und jedes gegen die linke Hand folgende Null 9 bedeutet, ſo mußte alſo ſubtrahirt werden, ſprechend: 4 von 10 bleibt 6, 0 von 9 bleibt 9, 9 von 9 bleibt 0, 4 von 9 bleibt 5, 3 von 7 bleibt 4. Daß aber hier das entlehnte 10 Tauſend den folgenden Nullen die angegebene Bedeutung giebt, iſt alſo zu erklären. Jedes Zahlzeichen hat nach §. 6. von rechter zur linken Hand gezählt, und zwar in der zweiten Stelle anfangend, eine zehnmal größere Bedeutung. Dieſe zeigt auch ein 0 vor dem andern an, weil es nach §. 7. die Stelle eines in der verſchieden folgenden Bedeutung nicht vorhandenen Zahlzeichens vertritt. Da aber von Nullen, die für ſich nichts gelten, auch nichts abzuziehen iſt, ſo muß von dem nächſtfolgenden Zahlzeichen 1 entlehnet, und ſo unter dieſelbe getheilt werden, daß jedes Null vor dem andern eine zehnmal größere Bedeutung bekömmt. Dieſe Zertheilung des entlehnten 1 iſt dadurch möglich, weil es als ein entlehntes Hundert, oder Tauſend, oder 10 Tauſend, je nachdem von 100, 1,000, oder 10,000 entlehnt wurde, in mehrere Zehner niederer Art ſich auflöſen läßt. Im vorſtehenden Beiſpiele geſchah demnach die Zertheilung des entlehnten 10 Tauſend alſo: das 0 in der Stelle der Tauſende bekam 9,000, das 0 in der Stelle der Hunderte 900, das 0 in der Stelle der Zehner 90, das 0 in der Stelle der Einer des Subtrahirens wegen 10. Jedes Null bekam alſo nur ſo viel, als es nach ſeiner Bedeutung in ſeiner Stelle haben konnte. Es iſt alſo gerade ſo viel, als wenn abgetheilt zu ſubtrahiren geweſen wäre, nämlich

von 70000	von 9000	von 900	von 90	von 10
30000	4000	900	00	4
bleiben 40000	5000	,,,	90	6 Reſt,

denn wenn man den getheilten Minuendus, Subtrahendus und Reſt jeden einzeln zuſammenaddirt, ſo kommt jeder nach obigem Beiſpiele in Summa heraus, als:

70000	30000	40000
9000	4000	5000
900	900	90
90	4	6
10		
80000 Minuendus	34904 Subtrahendus	45096 Reſt.

Beiſpiele für die 7te Regel.

z. B. von 125
125 abgezogen,
bleibt ,,, zum Reſte. Hier wurden die Reſtabgänge, weil ganz gleiche Zahlzeichen von einander zu ſubtrahiren vorkamen, mit Seitenſtrichen angezeigt. Dieſe Art zu ſubtrahiren kommt nur unten im Vten Abſchnitte beim Dividiren vor.

Ferner von 352
263 abgezogen,
bleiben ,89 zum Reſte. Hier wurde, weil bei dem letzten Zahlzeichen in dem Minuendus links kein Reſt bleibt, dieſer Reſtabgang auch nur mit einem Seitenſtrich angezeigt.

Desgleichen von 1008
80 abgezogen,
bleiben ,928 zum Reſte;

und von 10000
10 abgezogen,
bleiben ,9990 zum Reſte.

Weil im letzten Beiſpiele erſt für das zweite Null im Minuendus ein 1 zu entlehnen war, ſo galt dieſes 10, und jedes der folgenden Nullen dann 9.

§. 27.

Beſondere Subtractions-Vortheile zum Behufe des geſchwinden Subtrahirens.

Die beſondern Subtractions-Vortheile betreffen nur das möglichſt geſchwindeſte Abzählen einer Zahl von der andern. Nämlich oben §. 25. wurde unter andern bemerkt, daß die Differenz oder der Reſt zweier Zahlen gefunden wird, wenn man im Sinne von der kleinern Zahl zur größern hinaufzählt. So viel Eins man da mehr zählt, um ſo viel iſt dieſe größer, d. h. dies iſt die Differenz, oder der Reſt. Dies Hinaufzählen geht aber nur geſchwind, wenn die kleinere Zahl nicht gar viel geringer, als die größere iſt. Da, wo alſo

1) eine ganz kleine Zahl — 1, 2 oder 3 ꝛc. von einer viel größern Zahl abzuziehen iſt, zählt man die größere Zahl im Sinne leichter und geſchwinder abwärts oder zurück. Z. B. 10 weniger 1 iſt 9 — oder 10 weniger 2 iſt 8 — 10 weniger 3 iſt 7 — ſo auch 9 weniger 1 iſt 8, oder 9 weniger 2 iſt 7, dann 9 weniger 3 iſt 6.

2) Noch geſchwinder geht das Subtrahiren, wenn man ſich angewöhnt, ſtatt des Hinauf- Abwärts- oder Rückwärtszählen immer eine Zahl im Sinne zur kleinern Zahl zu addiren, welche die größere giebt. Die dann ſo hiezu addirte Zahl iſt die richtige Differenz oder der richtige Reſt. Z. B. wenn man 3 von 8 zu ſubtrahiren hat, ſo ſetzt man im Sinne zu 3 ein 5. Dies giebt 8, alſo iſt 5 die Differenz oder der Reſt. Desgleichen wenn man 4 von 11 zu ſubtrahiren hat, ſo ſetzt man zu 4 ein 7. Dies giebt 11, alſo iſt 7 die Differenz oder der Reſt.

3) Am geſchwindeſten wird ſubtrahirt, wenn die größere Zahl gerade noch einmal ſo groß, als die kleinere iſt, welches durch Hülfe der Rechentafel oder des ſogenannten Einmal-Eins nach §. 20. leicht erkennt wird. Hier iſt immer die kleinere Zahl ſelbſt die Differenz oder der Reſt. Z. B. 3 von 6 bleiben 3; denn 2 mal 3 iſt 6. — 4 von 8 bleiben 4; denn 2 mal mal 4 iſt 8. — 5 von 10 bleiben 5; denn 2 mal 5 iſt 10. — 8 von 16 bleiben 8; denn 2 mal 8 iſt 16. — 9 von 18 bleiben 9; denn 2 mal 9 iſt 18.

4) Wenn die größere Zahl auch etwas um die Hälfte mehr, oder weniger größer, als die kleinere iſt, ſo kann doch durch Hülfe der Rechentafel, oder des ſogenannten Einmal-Eins mit Hinzu- oder Abzählen geſchwind ſubtrahirt werden. Z. B. 4 von 9 bleiben 5. Da 2 mal 4 acht iſt, ſo darf man nur 1 zu 4 hinzuzählen, und man bekömmt die Differenz 5, oder, da 4 von 8 bleiben 4, ſo muß 4 von 9 abgezogen bleiben 5. Ferner

6 von 11 bleiben 5; da 6 von 12 bleiben 6, ſo darf man hier 1 von 6 abzählen, und man bekömmt die Differenz 5;; oder da 6 von 12 bleiben 6, ſo muß 6 von 11 abgezogen bleiben nur 5.

7 von 16 bleiben 9. Da 7 von 14 bleiben 7, ſo darf man hier nur 2 zu 7 hinzuzählen, und man bekömmt die Differenz 9.

9 von 16 bleiben 7. Da 9 von 18 bleiben 9, ſo darf man nur 2 von 9 abzählen, und man bekömmt die Differenz 7.

Beiſpiele ad 1.

Von 19987
9321 abgezogen,
bleiben 10666 zum Reſte. Hier ſagt man: 7 weniger 1 iſt 6, 8 weniger 2 iſt 6, 9 weniger 3 iſt 6, 9 von 9 bleibt 0, 1 bleibt 1.

Beiſpiele ad 2.

Von 12010
ab 4243
bleiben ,7767 Reſt. Hier kann man ſagen: 7 und 3 giebt 10, alſo iſt 7 der Reſt. 4 und 6 iſt 10, alſo iſt 6 Reſt. 7 und 2 iſt 9, alſo iſt 7 Reſt. 7 und 4 iſt 11, alſo iſt 7 Reſt. 1 iſt entlehnt, bleibt Nichts.

Beiſpiel ad 3.

Von 6552
ab 3276
bleiben 3276 Reſt. Hier ſagt man: 2 mal 6 iſt 12, 2 mal 7 iſt 14, 2 mal 2 iſt 4, 2 mal 3 iſt 6. Daher 6, 7, 2, 3, Reſt.

Beiſpiel ad 4.

....
Von 15433
ab 8756
bleiben ,6677 Reſt. Hier ſagt man: 2 mal 6 iſt 12, 1 mehr iſt 13, alſo 7 Reſt. 2 mal 5 iſt 10, 2 mehr 12, alſo 7 Reſt. 2 mal 7 iſt 14, 1 weniger 13, alſo 6 Reſt. 2 mal 8 iſt 16, 2 weniger 14, alſo 6 Reſt. 1 iſt entlehnt, bleibt Nichts.

Beiſpiele zur Übung mit Anſatz.

Von 508,002	Von 7,052,000	Von 9,602,900	Von 91,406,031
ab 99,087	ab 4,321,904	ab 6,540,321	ab 40,398,024
Reſt 408,915.	Reſt 2,730,096.	Reſt 2,462,579.	Reſt 51,008,007.

Von 110,046,000,115	Von 10,000,111,100,034,600,001,116
ab 99,936,903,330	ab 9,090,010,193,035,590,990,126
Reſt ,10,109,096,785.	Reſt ,,,910,100,906,999,009,010,990.

Beiſpiele zur Übung ohne Anſatz.

Wenn ich von 137 abziehe 25, wie viel bleibt mir? Antwort 112.

Wenn man 220 und 220 von einander ſubtrahirt, wie viel bleibt? Antwort Nichts.

Wie viel bleibt übrig, wenn 36010 von 56410 abgezogen wird? 20400.

Welches iſt der Reſt, wenn 3516 von 5243 ſubtrahirt wird? 1727.

Um wie viel iſt 6090 größer, als 3247? Antwort 2843.

Um wie viel iſt 2303 kleiner, als 3411? Antwort 1108.

Ziehe ab 208 von 310, und es bleiben 102.

Ziehe ab 34904 von 80000, du bekömmſt 45096.

Ziehe ab 1008 und 80 von einander, du haſt 928.

Ziehe ab 10000 und 10 von einander, du haſt 9990.

Ziehe ab 99087 von 508002, du bekommſt 408915.

Wie viel muß man zu 3941 addiren, wenn die Summe 5023 herauskommen ſoll? oder, welches das nämliche iſt, wie viel bleibt übrig, wenn ich 3941 von 5023 abziehe? Antwort 1082.

§. 28.

Probe über die Subtraction und Addition,

und zwar

a) über die Subtraction.

Die beſte Probe über die Subtraction iſt die Addition, und geſchieht alſo: der Reſt und der Subtrahendus werden ſo, wie ſie unter einander ſtehen, addirt. Kommt dann der Minuendus zur Summe heraus, und dieſer muß herauskommen, weil man da ganz wieder hergiebt, was man genommen hat, ſo iſt recht ſubtrahirt worden, z. B.

Von	6437		Von	100000	
ab	3123	addirt,	ab	10944	addirt,
bleiben	3314		bleiben	89056	
geben	6437 den Minuendus.		geben	100000 den Minuendus.	

Probe b) über die Addition.

Oben §. 24. hieß es: die beſte und ſicherſte Probe über die Addition ſei die Subtraction, und wirklich: denn da dieſe rückwärts von linker zur rechten Hand alſo zu geſchehen hat, daß eine Reihe Zahlen nach der andern aufwärts wieder addirt werde, und die jedesmalige Summe von der Hauptſumme ſubtrahirt zuletzt keinen Reſt geben dürfe, ſo wird auf dieſe Art nach und nach nur gerade wieder ſo viel genommen, als man anfangs zuſammengenommen oder addirt hatte. Kurz, es wird Gleiches von Gleichem genommen, welches die zuletzt von einander abzuziehenden gleichen Zahlzeichen oder Nullen offenbar beweiſen, z. B.

Zuſammen addirt	3040 4000 8090	Bei der Probe hierüber	3040 4000 8090
geben	15130 zur Summe.		15130 15130 ′′′′′

ſagt man links anfangend: 3, 4 und 8 ſind 15, 15 von 15 bleibt Nichts. Dann 0 von 1 bleibt 1, welches im Sinne zur nächſten Subtraction behalten wird. Dann 9 und 4 ſind 13, 13 von 13 bleibt Nichts, und 0 von 0 auch Nichts.

Zuſammen addirt	456 324	Bei der Probe hierüber	456 324
geben	780 zur Summe.		780 ′′′

heißt es, wieder links anfangend: 4 und 3 ſind 7, 7 von 7 bleibt Nichts. Dann 5 und 2 ſind 7, 7 von 8 bleibt 1, welches im Sinne zur nächſten Subtraction behalten wird. Dann 6 und 4 ſind 10, 10 von 10 bleibt Nichts.

Anmerkung 1. Wenn man den Subtrahendus und Reſt von einem Subtractions-Exempel nur weiß, ſo lehrt die Probe über die Subtraction, daß man den Minuendus erfinden könne, wenn man den Reſt und Subtrahendus zuſammen addirt, z. B.

- - - - fehlt Minuendus
zuſammen addirt (3123 Subtrahendus
3314 Reſt
geben 6437 zum Minuendus.

Anmerkung 2. Weiß man nur den Minuendus und Reſt von einem Subtractions-Exempel, ſo kann man auch den Subtrahendus erfinden, wenn man den Reſt von dem Minuendus ſubtrahirt, weil dadurch die ganze abzuziehende Zahl oder der Subtrahendus heraus kommen muß, z. B.

6437 Minuendus
von einander ſubtrahirt { - - - - Subtrahendus unbekannt
3314 Reſt
geben 3123 zum Subtrahendus.

IV. Abſchnitt.

Die Multiplication, oder das Multipliciren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 29.

Multipliciren heißt aus nur zwei gegebenen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine ſo vielmal, oder ſo oft genommen (verdoppelt, vervielfältigt, vermehrt, zu ſich ſelbſt geſetzt oder addirt) worden ſei, als die andere beſtimmte. Demnach iſt die Multiplication nichts anders, als die gleich große vielmalige Vermehrung oder Vergrößerung einer Zahl nach der Beſtimmung einer andern.

Die zwei gegebenen Zahlen heißt man kurz: Factoren, und die dritte neue daraus gefundene Zahl Factum oder Produkt. Insbeſondere aber wird der eine Factor oder die eine Zahl Multiplicandus genannt, welche vielmal zu nehmen iſt, und der andere Factor, oder die andere Zahl, welche beſtimmt, wie vielmal, oder wie oft jene zu nehmen ſei, heißt Multiplicator.

Factum oder Produkt iſt alſo diejenige Zahl, welche das Wievielfache von einer Zahl nach der Beſtimmung einer andern, oder das wie vielmal mehr, oder wie vielmal ſo viel anzeigt (enthält); daher die Sprache: einfaches, einmal ſo viel (ſimplum) wenn der Multiplicator 1 — zweifaches zweimal ſo viel (duplum) wenn der Multiplicator 2 — dreifaches dreimal ſo viel (triplum) wenn der Multiplicator 3 iſt.

Das Factum oder Produkt iſt zweien mit einander multiplicirten Zahlen oder Factoren gleich, d. h. es iſt ſo groß, als zwei oder mehrere zuſammengefaßte (addirte) gleiche Zahlen, denn, wenn ich nach §. 18. litt. a, Nro. 2. z. B. 4 mit 2, oder 2 mit 4 multiplicire, ſo iſt es eben ſo viel, als ich ſetze 4 zweimal, oder 2 viermal unter einander alſo an: $\begin{matrix}4\\4\end{matrix}$ oder $\begin{matrix}2\\2\\2\\2\end{matrix}$ und addire ſolche zuſammen $\begin{array}{r}4\\ \underline{4}\\ 8\end{array}$ (addirt, giebt 8) $\begin{array}{r}2\\2\\2\\ \underline{2}\\ 8\end{array}$ (addirt, giebt auch 8).

Die Multiplication iſt demnach eine wiederholte Addition gleicher Zahlen zu nennen, oder: ſie iſt nichts anders, als eine dergleichen Addition in abgekürzter Art. Weil es nämlich viel zu mühſam, und langſam iſt, eine und die nämliche Zahl vielmal ſo zu ſetzen, und hernach zu addiren, ſo hat man das Multipliciren, (das auf einmal Zuſammennehmen) und zur Erleichterung und Beſchleunigung deſſelben, vorzüglich die allgemeine Rechentafel, oder das ſogenannte Einmal=Eins anmit erfunden, welches auf vorſtehendes Beiſpiel angewandt kurz ſagt: 2 mal 4 iſt 8.

Zum Multipliciren werden zwei Zahlen erfordert, welche ſogar nach §. 17. verſchieden ſeyn können. Auch kann man von beiden Zahlen jene zum Multiplicator wählen, welche man will; denn z. B. 2 mal 3 iſt 6, und 3 mal 2 iſt auch 6. Doch, da man das ſogenannte Einmal=Eins geläufiger vor= als rückwärts lernt, ſo nimmt man gern die größere Zahl zum Multiplicandus, und die kleinere zum Multiplicator.

Zum Multipliciren mit zwei einfachen Zahlen, d. h. das Factum oder Produkt derſelben zu finden, braucht man keine beſondere Regeln; denn hiezu genügt ſchon die geläufige Kenntniß des Einmal=Eins. Z. B. ich habe 9 mit 6 zu multipliciren, ſo weiß ich aus dem Einmal=Eins: 6 mal 9 iſt 54. Iſt aber eine einfache Zahl mit einer mehrfachen Zahl, oder ſind zwei mehrfache Zahlen mit einander zu multipliciren, ſo wird beſonders noch erfordert, daß die Gleichvielnehmung oder Vervielfältigung nach dem Einmal=Eins auch gleichartig nach der ſteigenden Größe und Bedeutung der Zahlen jedesmal geſchehe, welches folgende Regeln für geſönderte beide Fälle lehren.

§. 30.

Regeln der Multiplication, wenn der eine Factor aus einer einfachen, und der andere aus einer mehrfachen Zahl beſteht.

1) Wird die mehrfache Zahl zum Multiplicandus angeſetzt, dann gerade darunter in der Stelle der Einer des Multiplicandus die einfache Zahl zum Multiplicator angeſchrieben, und hernach eine Querlinie gezogen.

2) Werden zuerſt die Einer des Multiplicandus, dann Zehner, Hunderte ꝛc. wenn einige derſelben folgen, alle einzeln nach der Ordnung, worin ſie gegen die linke Hand ſtehen, durch den einfachen Multiplicator mit dem Worte Mal nach dem Einmal=Eins multiplicirt.

3) Das Produkt aus den Einern wird gleich unter die Querlinie gerade unter die Einer, ſo auch das Produkt aus den Zehnern, Hunderten ꝛc. gerade unter die Zehner, Hunderte ꝛc. herabgeſetzt; und wenn in dem Multiplicandus hin und wieder Zahlzeichen vorkommen, welche weniger, als der Multiplicator bedeuten, ſo gehört eine geläufige Kenntniß des Einmal=Eins rückwärts geſetzt dazu, damit man gleich mit dem Worte Mal das Produkt jedesmal ſagen kann, oder man macht im Sinne nach §. 29. das Zahlzeichen im Multiplicandus zum Multiplicator, und den Multiplicator zum Multiplicandus. Daß 1 nichts multiplicirt, oder vervielfältigt, iſt ohnehin aus dem Einmal=Eins bekannt; wenn alſo ſolches als Multiplicandus vorkömmt, ſo wird gerade unter deſſen Stelle der Multiplicator zum Produkt herabgeſetzt, ſo wie auch der ganze Mutiplicandus zum Produkt herabzuſetzen oder unverändert zu laſſen iſt, wenn 1 zum Multiplicator genommen wird.

4) Macht das Produkt, aus den Einern, oder Zehnern, oder Hunderten eine mehrfache Zahl aus, ſo wird dieſe nicht gleich zum Produkt ganz herabgeſchrieben, ſondern nach obiger dritter Additionsregel verfahren.

5) Hat der Multiplicandus Nullen dazwiſchen, ſo wird unter jedes 0 gerade herab ein 0 als Produkt geſchrieben, weil ein 0 noch ſo vielmal genommen 0 bleibt; wenn aber von dem vorhergehenden Produkte ein eigentliches Zahlzeichen übrig iſt, ſo wird ſolches nach der obigen vierten Additionsregel für das 0 zum Produkte herabgeſchrieben.

6) Hat der Multiplicandus zur Rechten in der Stelle der Einer, auch Zehner, Hunderte ꝛc. Nullen, ſo wird der Multiplicator nicht unter eins der Nullen, ſondern unter das gegen die linke Hand zunächſt folgende eigentliche Zahlzeichen angeſetzt; die Nullen aber werden nach vollendeter Multiplication zum

Produkte unter der Querlinie gerade in ihrer Stelle herabgeſetzt. Die Anwendung dieſer Regeln lerne man aus folgenden Beiſpielen.

Beiſpiele
für die erſte, zweite und dritte Regel.

Wenn man 324 und 2 mit einander zu multipliciren hat, ſo wird zuerſt die mehrfache Zahl 324 zum Multiplicandus, dann die einfache Zahl 2 zum Multiplicator gerade unter 4 als die Einer des Multiplicandus alſo angeſetzt: $\begin{array}{r}324\\ \underline{2}\end{array}$ und nach gemachten Querſtrich geſprochen, bei den Einern anfangend: 2 mal 4 iſt 8. Dies 8 als Produkt gerade unter die Einer herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ \underline{\quad 2}\\ 8\end{array}$. Dann bei den Zehnern: 2 mal 2 iſt 4. Dies 4 als Produkt gerade unter die Zehner herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ \underline{\quad 2}\\ 48\end{array}$. Endlich bei den Hunderten: 2 mal 3 iſt 6. Dies 6 als Produkt gerade unter die Hunderte herabgeſchrieben, giebt $\begin{array}{r}324\\ \underline{\quad 2}\\ 648\end{array}$ zum ganzen Produkte, welches 324 — 2 mal enthält. —

Hat man 3 mit 2321 zu multipliciren, ſo wird nach, auf erſt gezeigte Art, gemachten Anſatze und Querſtriche $\begin{array}{r}2321\\ \underline{\quad 3}\\ 6963\end{array}$ bei den Einern geſprochen: 1 mal 3 iſt 3; weil 1 nichts multiplicirt, ſo wird der Multiplicator 3 zum Produkt herabgeſchrieben. Dann bei den Zehnern: 2 mal 3 iſt 6. Ferner bei den Hunderten: 3 mal 3 iſt 9. Endlich bei den Tauſenden: 2 mal 3 iſt 6. Dieſe einzelne Produkte gehörig herabgeſetzt, geben zum ganzen Produkte 6963, welches 2321 dreimal enthält.

Soll 5192 mit 1 multiplicirt werden, ſo ſagt man, weil 1 nichts multiplicirt, es iſt ſchon multiplicirt oder ſchreibt den ganzen Multiplicandus zum Produkte alſo herab. $\begin{array}{r}5192\\ \underline{\quad 1}\\ 5192\end{array}$

Beiſpiele
für die vierte Regel.

Man hat z. B. 4 mit 3456 zu multipliciren, ſo geben dieſe beiden Zahlen mit einander multiplicirt

3456
4
13824 zum ganzen Produkte. Weil hier das Produkt der Einer 24 eine mehrfache Zahl beträgt, ſo wird nur 4 herabgeſchrieben, und 2 im Sinne zum Einzählen dem folgenden Produkte der Zehner behalten, nämlich ſprechend: 4 mal 5 iſt 20, 2 vom vorigen hinzu giebt 22, nun 2 herab; dann 4 mal 4 iſt 16, 2 geblieben dazu giebt 18, 8 herab; dann 3 mal 4 iſt 12, 1 geblieben hiezu giebt 13. Da nichts mehr zu multipliciren iſt, ſo wird 13 ganz herabgeſchrieben. Alſo entſtand das ganze Produkt 13824, welches 3456 viermal enthält.

Ferner 11314
mit 5 multiplicirt,
giebt 56570 zum Produkte. Weil hier das Produkt der Einer 20 beträgt, ſo wird nur 0 herabgeſchrieben. Das Produkt der Zehner iſt 5 und mit dem gebliebenen 2 iſt 7 herabzuſchreiben. Das Produkt der Hunderte iſt 15, wovon, weil nichts zum Einzählen geblieben iſt, 5 herabgeſchrieben 1 bleibt. Das Produkt der Tauſende iſt 5 und mit dem gebliebenen 1 iſt 6 herabzuſchreiben. Das Produkt der 10 Tauſende bleibt 5, weil nichts zum Einzählen geblieben iſt.

Beiſpiele
für die fünfte Regel.

4002
mit 2 multiplicirt,
giebt 8004 zum Produkte. Hier erhielt das Produkt in der Stelle der Zehner und Hunderte ein 0, weil 2 mal 0 iſt und bleibt ein 0.

Ferner 101201
mit 8 multiplicirt,
giebt 809608 zum Produkte. Hier erhielt das Produkt in der Stelle der Zehner und 10 Tauſend ein 0, weil 8 mal 0 Null iſt und bleibt.

Aber 7098
mit 6 multiplicirt,
giebt 42588 zum Produkte. Weil hier von dem Produkte der Zehner 5 übrig geblieben iſt, ſo wird ſolches in der Stelle des folgenden 0 zum Produkte für das 0 herabgeſchrieben.

Und 50071
mit 7 multiplicirt,
giebt 350497 zum Produkte. Weil auch hier von dem Produkte der Zehner 4 übrig geblieben iſt, ſo wird ſolches für 0 in der Stelle der Hunderte zum Produkte herabgeſchrieben, und das 0 in der Stelle der Tauſende, wofür nichts übrig geblieben, kommt gerade zum Produkte herabgeſchrieben zu ſtehen, denn 7 mal 0 iſt und bleibt 0.

Beiſpiele
für die ſechste Regel.

Wenn man z. B. 42300
mit 9 multiplicirt, ſo kommt mit den an ihrer Stelle herabgeſetzten Nullen zum
Produkte 380700 heraus.

Alſo auch 8,011,000
mit 7 multiplicirt,
giebt 56,077,000 zum Produkte. Weil der Multiplicandus in der Stelle der Einer, Zehner und Hunderte Nullen hat, ſo kommt auch hier der Multiplicator 7 erſt unter 1 des Multiplicandus zu ſtehen.

Endlich 3450
mit 3 multiplicirt,
giebt 10350 zum Produkte. Weil hier der Multiplicandus in der Stelle der Einer nur ein 0 hat, ſo wird gleich der Multiplicator 3 unter 5 des Multiplicandus geſetzt.

§. 31.

Regeln der Multiplication, wenn die beiden Factoren aus mehrfachen Zahlen beſtehen.

1) Wenn der eine Factor aus eben ſo vielen gleichen oder ungleichen Zahlzeichen, als der andere, beſteht, ſo werden beide, wie man will, nur gerade unter einander geſetzt, ſo, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte ꝛc. zu ſtehen kommen. Beſtehet aber der eine Factor aus mehreren Zahlzeichen, als der andere, ſo wird jener zum Multiplicandus, dieſer zum Multiplicator angeſetzt, dann eine Querlinie gezogen.

2) Nach gemachter Querlinie multiplicirt man erſtlich mit den Einern des Multiplicators die Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. des Multiplicandus nach §. 30, dann eben ſo mit den Zehnern, Hunderten ꝛc. des Multiplicators, die Einer, Zehner, Hunderte ꝛc. des Multiplicandus, wenn beiderſeits letztere oder noch höhere Zahlen gegeben ſind. Man hat alſo hier ſich ſo viele Multiplicatores zu denken, als der Multiplicator Zahlen hat, weil zuerſt die Einer, dann die Zehner, Hunderte ꝛc. deſſelben den ganzen Multiplicandus durchzumultipliciren haben. Daher bekömmt man auch ſo viele beſondere Produkte, welche geſöndert von rechter zur linken Hand alſo unter einander anzuſchreiben ſind, daß

a) das Produkt durch die Einer des Multiplicators gerade unter dieſelbe anfangend angeſetzt wird, —

b) das Produkt durch die Zehner des Multiplicators etwas eingerückt gerade unter dieſelbe herab anfangend zu ſtehen kommt, —

c) das Produkt durch die Hunderte des Multiplicators weiter hereingerückt gerade unter dieſe herab anfangend geſtellt wird u. ſ. w.

Zuletzt wird noch eine Querlinie darunter gezogen, worauf die einzelnen Produkte nach obigen Additionsregeln zuſammengezählt in ein Hauptprodukt gebracht werden, welches unter die zweite Querlinie gerade herabgeſetzt die Multiplication vollendet.

3) Hat der Multiplicator zur rechten oder linken Hand oder in der zwiſchen 1 ſtehen, ſo wird nach dritter Multiplicationsregel §. 30. beim Multipliciren ſo oft der ganze Multiplicandus als Produkt herabgeſchrieben, als man mit 1 zu multipliciren hat, weil 1 nichts multiplicirt.

4) Kommen in der zwiſchen oder zur Rechten des Multiplicandus am Ende Nullen vor, ſo wird beim Multipliciren und Anſatze eben das beobachtet, was die fünfte und ſechste Multiplicationsregel §. 30. lehrt.

5) Haben aber beide, der Multiplicandus und Multiplicator, entweder in der zwiſchen oder zur Rechten am Ende Nullen, ſo iſt zu bemerken:

a) Wenn Nullen von beiden in der zwiſchen ſtehen, ſo wird von rechter Hand anfangend mit den erſten Zahlzeichen, als Einern, Hunderten ꝛc. des Multiplicators nach der fünften Multiplicationsregel §. 30. multiplicirt. Kommt die Reihe zu multipliciren an die Nullen im Multiplicator, ſo werden ſolche, weil ſie nichts multipliciren, übergangen,. dagegen fährt das nächſtfolgende Zahlzeichen des Multiplicators fort, nach obiger zweiter Multiplicationsregel dieſes §es weiter zu multipliciren.

b) Stehen die Nullen von beiden zur Rechten in der Stelle der Einer, auch Zehner und Hunderte ꝛc. nach einander, ſo werden ſo viele Nullen zum Produkte herabgeſchrieben, als in beiden ſtehen, und damit dieſe gehörig herabgeſchrieben werden, ſo werden gleich beim Anſatze die Nullen des Multiplicators nach Theilungszeichen (--) über die Nullen des Multiplicandus in gerader Linie hinausgerückt.

6) Hat nur der Multiplicator Nullen in der zwiſchen, oder zur Rechten anfangs, und nicht der Multiplicandus, ſo werden im erſten Falle die Nullen, weil ſie nichts multipliciren, übergangen, und nur das nächſtfolgende Zahlzeichen des Multiplicators multiplicirt weiter. Im zweiten Falle aber werden die Nullen des Multiplicators gleich beim Anſatze rechts in gerade Linie fortlaufend hinausgeſetzt, ſo, daß die Zahlzeichen des Multiplicandus und Multiplicators gerade unter einander zu ſtehen kommen, und zuletzt werden ſolche erſt zum Produkte herabgeſchrieben. Daher hat man eine Zahl mit 10, 100, 1,000, 10,000 ꝛc. zu multipliciren, ſo darf man nur zu derſelben die Nullen ſetzen, und man hat ſchon multiplicirt, weil 1 nichts multiplicirt.

Beiſpiele für die erſte und zweite Regel.

Wenn ich 32 und 43 mit einander zu multipliciren habe, ſo kann ich 32 oder 43 zum Multiplicator anſetzen, weil man aber des bequemen Multiplicirens wegen gern die kleinere Zahl zum Multiplicator nimmt, ſo ſetze ich hier alſo an:

```
  43
  32
----
  86
 129
----
1376
```

und multiplicire erſtens mit den Einern des Multiplicators den ganzen Multiplicandus durch, ſprechend: 2 mal 3 iſt 6, 2 mal 4 iſt 8, und ſetze die einzelnen Produkte regelmäßig herab, dann multiplicire ich mit den Zehnern des Multiplicators den ganzen Multiplicandus durch, ſprechend: 3 mal 3 iſt 9, 3 mal 4 iſt 12, und ſetze hier die einzelnen Produkte gerade unter 3 des Multiplicators anfangend von rechter zur linken Hand an. Nun mache ich einen Querſtrich, addire die 2 Produkte zuſammen, und ich bekomme das Hauptprodukt 1376.

Wenn ich 234 mit 234 zu multipliciren habe, ſo kommt hier wegen zweier ganz gleichen Zahlen gleicher Multiplicandus und gleicher Multiplicator zum Anſatze, nämlich:

```
        234
        234   Dieſe nach erſt gezeigter Art mit einander multiplicirt,
      -----
        936
       702
      468
      -----
geben 54756 zum Produkte.
```

Wenn 25 und 321 mit einander zu multipliciren ſind, ſo ſetzt man 321, welche mehrere Zahlzeichen hat, zum Multiplicandus, und 25 zum Multiplicator alſo an:

```
      321
       25   Dieſe auch nach gezeigter Art mit einander multiplicirt,
     ----
     1605
     642
geben 8025 zum Produkte.
```

Sind 232 und 3243 mit einander zu multipliciren, ſo wird aus gleichen Grunde 3243 zum Multiplicandus und 232 zum Multiplicator angeſetzt:

```
nämlich 3243
   mit   232 multiplicirt,
        ----
        6486
       9729
      6486
geben 752376 zum Produkte.
```

Weil hier im Multiplicator das 2 doppelt zum multipliciren vorkommt, ſo durfte nur zum geſchwinden Verfahren das erſte Produkt noch einmal unter dem 2 in der Stelle der Zehner anfangend von rechter zur linken Hand hinausgeſetzt werden.

Beiſpiele für die dritte Regel.

```
      324                       312
mit    31 multiplicirt,   mit    13 multiplicirt,
      ---                       ---
      324                       936
     972                       312
geben 10044 zum Produkte. geben 4056 zum Produkte.
```

```
      445
mit    11 multiplicirt,
      ---
      445
     445
geben 4895 zum Produkte.
```

Zum geſchwinden Verfahren iſt der Multiplicandus im erſten Beiſpiele einmal in der Stelle der Einer — und im zweiten Beiſpiele in der Stelle der Zehner — und im dritten Beiſpiele zweimal, erſtens in der Stelle der Einer, dann in der Stelle der Zehner des Multiplicators regelmäßig nur ganz zum Produkte herabzuſchreiben, weil 1 nichts multiplicirt.

Alſo auch 51729
mit 13121 multiplicirt,
51729
103458
51729
155187
51729
geben 678736209 zum Produkte.

Hier iſt wegen des Nichtsmultiplicirenden 1 in der Stelle der Einer, Hunderte und Zehntauſende nur gleich der ganze Multiplicandus als Produkt herabzuſchreiben.

Beiſpiele für die vierte Regel.

45026
mit 568 multiplicirt,
360208
270156
225130
geben 25574768 zum Produkte.

205040
mit 532 multiplicirt,
410080
61512
102520
geben 109081280 zum Prdukte.

Weil hier im letzten Beiſpiele der Multiplicandus ein 0 Rechts anfangend hat, ſo mußte der Multiplicator um daſſelbe beim Anſatze hineingerückt werden, und die im erſten und letzten Beiſpiele dazwiſchen ſtehenden Nullen mußten regelmäßig bald zum Produkte herabgeſetzt, bald die aus der vorhergegangenen Multiplication entſtandenen mehrfachen Zahlen dafür ganz herabgeſetzt werden.

Beiſpiele für die fünfte Regel.

20046
mit 10305 multiplicirt,
100230
60138
20046
geben 206574030 zum Produkte.

Weil hier der Multiplicator in der Stelle der Zehner und Tauſende ein 0 hat, ſo iſt es ſo viel, als an dieſen Stellen ſei Nichts zu multipliciren, daher wird gleich um eine Stelle weiter gerückt, und auch bei dieſer das neue Produkt anzuſchreiben angefangen.

Wenn ich 80600 mit 23000 zu multipliciren habe, ſo ſetze ich alſo an:

```
        80600
mit  23--000 multiplicirt,
    241800000
   1612
geben 1853800000
```

Weil hier 23000 mehr Nullen als 80600 am Ende hat, und wegen den hinauszurückenden 3 Nullen weniger Zahlzeichen zum Multipliciren giebt, ſo iſt es zum Multiplicator bequemer zu nehmen.

Wenn 23000 zum Multiplicandus und 80600 zum Multiplicator genommen würde, ſo wäre beim Hinausrücken der 2 Nullen des Multiplicators mit den Theilungszeichen (--) der Anſatz alſo:

```
    23000
  806---00
  13800000
184
1853800000 Produkt.
```

Hier wäre zu ſprechen in der Stelle der Hunderte des Multiplicators: 3 mal 6 iſt 18, 2 mal 6 iſt 12, 1 geblieben hiezu iſt 13. Dann in der Stelle der Zehntauſende des Multiplicators: 3 mal 8 iſt 24, 2 mal 8 iſt 16, 2 geblieben hiezu iſt 18.

Erſtere Art zu multipliciren iſt deswegen bequemer, weil man, wenn ſie einmal gewöhnt iſt, leichter und ſicherer damit verfährt.

Beiſpiele für die ſechste Regel.

```
      2367
mit    704 multiplicirt,
      9468
  16569
geben 1666368 zum Produkte.
```

Weil hier das dazwiſchen ſtehende Null in dem Multiplicator nichts multiplicirt, ſo wurde es übergangen, und dafür gleich 7 zum weitern Multipliciren genommen.

```
      4235
mit   6700 multiplicirt,
   2964500
  25410
geben 28374500 zum Produkte.
```

Hier iſt zwar auch 6700 eine größere Zahl, als 4235; aber wegen den hinauszurückenden 2 Nullen giebt ſie wenigere Zahlzeichen zum Multipliciren, iſt daher auch bequemer zum Multiplicator zu nehmen.

34567 mit 10, 100 oder 1000 ꝛc. multiplicirt, giebt zum Produkte
345670, 3456700 oder 34567000 ꝛc.

Blos der Zuſatz der Nullen hat hier die Multiplication geſchwind vollendet. Nach Beobachtung der gehörigen Regeln, wo das nämliche Produkt heraus käme, gienge es langſamer.

§. 32.

Beſondere Multiplications-Vortheile, zum Behufe des geſchwinden Multiplicirens.

Die Hauptvortheile zum geſchwinden Verfahren beim Multipliciren ſind bereits ſchon mit den Multiplicationsregeln gegeben. Hier nur noch einige beſondere Vortheile zu gleichem Behufe, welche größtentheils aus jenen entſpringen, oder darnach erklärt werden können, aber nicht ſonderlich erheblich ſind, weil, wenn man gut geübt nach den allgemeinen Multiplicationsregeln verfährt, nicht nur gleich geſchwind, ſondern auch ſichrer vor Fehlern multiplicirt.

A.

Wenn der Multiplicator aus einem Zahlzeichen und der Multiplicandus aus zwei Zahlzeichen beſteht, ſo kann man ohne geläufiges Wiſſen des großen Einmal-Eins in folgenden Fällen alſo geſchwind verfahren:

1) Beſteht der Multiplicandus nur aus einem 10 mit einem der 9 Zahlzeichen, ſo multiplicirt man mit dem einfachen Multiplicator erſtens 10, dann die Einer, zuletzt ſetzt (addirt) man zu dem Produkte der 10 das Produkt der Einer. Z. B.

Bei 11 mal 2 oder 2 mal 11 ſagt man: 2 mal 10 iſt 20, 1 mal 2 dazu giebt 22.
Bei 3 mal 12 ſagt man: 3 mal 10 iſt 30, 2 mal 3 oder 6 dazu iſt 36.
Bei 4 mal 16 ſagt man: 4 mal 10 iſt 40, 4 mal 6 oder 24 dazu giebt 64.

2) Beſteht der Multiplicandus aus Zehnern, als 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 ohne einen der 9 Zahlzeichen, ſo darf man nur mit dem einfachen Multiplicator das Zahlzeichen des Multiplicators multipliciren, und zu dem Produkte das Null ſetzen, z. B.

Bei 2 mal 20 ſagt man: 2 mal 2 iſt 4, 0 dazu 40.
= 3 = 30 = = = 3 = 3 = 9, 0 = 90.
= 4 = 40 = = = 4 = 4 = 16, 0 = 160 ꝛc.

3) Hat der aus Zehnern beſtehende Multiplicandus eines der 9 Zahlzeichen zur Rechten, ſo multiplicirt man auch zuerſt jene gleichſam ohne Zahlzeichen mit Zuſetzung das Null, dann dieſe mit dem einfachen Multiplicator, hernach addirt man die beiderſeitigen Produkte, z. B.

Bei 2 mal 22 ſagt man: 2 mal 20 iſt 40 mit zugeſetzten 0, dann 2 mal 2 iſt 4, zu 40 geſetzt 4 giebt 44.
Bei 3 mal 24 ſagt man: 2 mal 3 iſt 60 mit zugeſetzten 0, dann 3 mal 4 iſt 12, zu 60 geſetzt 12 giebt 72.
Bei 4 mal 35 ſagt man: 3 mal 4 iſt 120 mit 0, dann 4 mal 5 iſt 20, zu 120 geſetzt 20 giebt 140 ꝛc.

B.

Wenn der Multiplicator aus 2, und der Multiplicadus auch aus 2 oder mehreren Zahlzeichen beſteht, ſo kann man in folgenden und dergleichen Fällen geſchwind alſo multipliciren:

1) Iſt der Multiplicator 11, und beſteht der Multiplicandus nur aus zwei Zahlzeichen, welche zuſammengezählt keine mehrfache Zahl zur Summe geben, ſo darf man nur die Summe dieſer beiden Zahlzeichen zwiſchen denſelben ſetzen, ſo iſt multiplicirt; z. B.

bei 12 zu multipliciren
mit 11 ſagt man: 2 und 1 ſind 3. Dieß 3 zwiſchen 1 und 2 geſetzt, giebt 132.

2) Iſt der Multiplicator 11 und beſtehet der Multiplicandus aus 2 und mehreren Zahlzeichen, welche zuſammenaddirt eine mehrfache Zahl zur Summe geben, ſo ſetzt man nur den Multiplicandus doppelt um eine Zahl zur linken hineingerückt an, und addirt, ſo iſt die Summe das Produkt; z. B.

bei 38 zu multipliciren 38) addirt ſolche,
mit 11 ſetzt man nur 38)
und man bekömmt 418 zum Produkte.

bei 8365 zu multipliciren 8365) addirt,
mit 11 ſetzt man 8365)
kommen 92015 zum Produkte heraus.

Eben ſo macht man es auch, wenn der Multiplicator 110 iſt. Man hängt nur zuletzt dem auf dieſe Art erhaltenen Produkte ein 0 an; als:

bei 8365 zu multipliciren 8365) ſolche addirt,
mit 110 ſetzt man 8365)
geben 92015, das 0 endlich beigeſetzt giebt 920150 zum Produkte.

3) Iſt der Multiplicator nicht 11, ſondern eine andere nur aus zwei Zahlzeichen beſtehende Zahl, ſo kann man dieſen in ſeine Zehn oder Zehner und Einer, welche er enthält, auflößen, und den gegebenen Multiplicandus, welcher auch aus zwei oder mehreren Zahlzeichen beſtehen kann, mit einer jeden dieſer aufgelößten Zahlen insbeſondere multipliciren. Die Summe dieſer einzelnen Produkte giebt hernach das ganze Produkt; z. B.

Statt, daß ich 25 multiplicire
mit 15 löße ich 15 in 10 und 5 auf, 25 mit 10 multiplicirt, giebt 250
Ferner 25 = 5 = = = = = = 125
addirt, kommen zum Produkte heraus 375.

Statt, daß ich 154 multiplicire
mit 27 löße ich 27 in 20 und 7 auf, 154 mit 20 multiplicirt, giebt 3080
dann 154 = 7 = = = = = = 1078
addirt, kommen zum Produkte heraus 4158.

Endlich, ſtatt, daß ich 243 multiplicire
mit 35 löße ich 35 in 30 und 5 auf, 243 mit 30 multiplicirt, giebt 7290
dann 243 ‥ 5 ‥‥‥ 1215
addirt, kommen zum Produkte heraus 8505.

Beiſpiele zur Übung mit Anſatz.

47054	107422	595	506241	20200
8	65	111	3844	18 -- 000
376432	537110	595	2024964	161600000
	644532	595	2024964	302
	6982430	595	4049928	463600000
		66045	1518723	
			1945990404	

Beiſpiele zur Übung ohne Anſatz.

Wenn ich 3124 zweimal nehme, wie viel habe ich? Antw. 6248.

Wenn ich 3456 mit 4 multiplicire, wie viel bekomme ich: Antw. 13824.

70098 mit 6 multiplicirt, giebt 420588.

Wenn ich 12 und 23 mit einander multiplicire, was für eine Zahl kommt zum Factum oder Produkte heraus? Antw. 276.

324 mit 31 multiplicirt, giebt 10044.

2416 multiplicirt mit 403, giebt 973648.

20500 multiplicirt mit 100, giebt 2050000.

Wenn ich 1000 zehnmal habe, oder nehme, wie viel habe ich? Antw. 10000.

Wie viel macht 10000 mal 100000? Antw. 1000000000.

§. 33.

Probe über die Multiplication.

Aus obigem §. 24. angeführten Grunde iſt die eigentliche Probe über die Multiplication auch dieſe: daß man ein ſchon multiplicirtes Beiſpiel noch einmal, und zwar mit Verſetzung des vorigen Multiplicators zum Multiplicandus, und des vorigen Multiplicandus zum Multiplicator multiplicire. Kommt beim zweiten Multipliciren das nämliche Factum oder Produkt heraus, ſo iſt recht multiplicirt worden. Da aber dies Multipliciren wegen des oft größern Multiplicators, als des Multiplicandus unbequem, und ſelbſt unſicher iſt, weil man bei dieſem Multipliciren einen das erſtemal gemachten Fehler auch leicht wieder begehen kann, ſo iſt die ſicherſte Probe über die Multiplication die Diviſion. Wie aber dieſe geſchehe, ſoll in folgendem Abſchnitte am Ende gezeigt werden.

V. Abſchnitt.

Die Diviſion,

oder

das Dividiren in ungenannten ganzen Zahlen.

§. 34.

Dividiren heißt aus nur zwei gegebenen Zahlen eine dritte neue Zahl finden, welche anzeigt, daß die eine von der andern ganz oder nach Verſchiedenheit der Größe der zwei gegebenen Zahlen auch Theilweiß nur gerade ſo vielmal genommen, oder ſo vielmal vermindert, abgezählt, abgezogen, ſubtrahirt worden ſei, als jene beſtimmte, oder jene in dieſer enthalten iſt. Demnach iſt die Diviſion nichts anders, als die gleich vielmalige Verminderung, Verkleinerung einer Zahl nach der Beſtimmung einer andern, oder die Auflößung einer Zahl in ſo viele gleich große ganze oder Bruchstheile, als die andere beſtimmt.

Da auf dieſe Art eine Zahl in die andere gleichſam getheilt wird, ſo heißt die eine gegebene Zahl, welche theilt, oder zum Theilen geſetzt, beſtimmt iſt, kurz: Diviſor, die andere, welche zu theilen iſt:

Dividendus, und die dritte neue daraus gefundene Zahl Quotient (Quotus) Anzeiger des wievielſten Theils.

Quotient iſt alſo diejenige Zahl, welche das wie vielmal weniger von einer Zahl nach der Beſtimmung einer andern, oder wie viel jedesmal, oder wie oft darin oder den wievielſten gleich großen ganzen auch Bruchs-Theil anzeigt. Daher die Sprache 1, 2, 3, ganze Theile oder zweiter (auch Halbſcheid) dritter ꝛc. ganzer Theil; ferner $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ ꝛc. Bruchstheile, je nachdem der Diviſor in dem Dividendus gleich vielmal ganz, und auch zum Theile enthalten iſt. Wenn nach §. 18. litt. b. Nro. 2. z. B. 2 in 2 getheilt, dividirt wird, ſo iſt 1 (ein ganzer Theil) der Quotient, d. h. 2 läßt ſich von 2 nur 1 mal ganz abziehen, oder 2 iſt in 2 nur ein ganzes Mal enthalten, weil 1 mal 2 iſt 2. — So auch 2 in 4 dividirt, giebt den Quotienten 2 (zwei ganze Theile, die ganze Halbſcheid, den zweiten ganzen Theil) heißt ſo viel: 2 wurde von 4 abgezogen 2 mal ganz, oder 2 iſt in 4 enthalten 2 mal ganz, weil 2 mal 2 iſt 4. Dann 2 in 1 dividirt, giebt den Quotienten $\frac{1}{2}$ (ein halber Bruchstheil) d. h. 2 ließ ſich von 1, wie es iſt, kein ganzes mal abziehen. Das 1, ein Ganzes, mußte daher nach der Beſtimmung des Diviſors in ſo viele gleich große, oder gleich benannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden, daß hievon 2 ſubtrahirt werden konnte, hier in 2 Halbe, welche ein Ganzes ausmachen, wovon 2 abgezogen werden konnte, 1 mal, d. i. unter Bruchsgeſtalt auch ausgedrückt $\frac{1}{2}$ mal. So auch 4 in 2 dividirt, giebt den Quotienten $\frac{2}{4}$ (zwei viertels Theile) d. h. 4 ließ ſich von 2, wie es iſt, auch kein ganzes Mal abziehen. Jedes der 2 Ganzen mußte daher nach der Beſtimmung des Diviſors 4 auch in ſo viele gleich große oder gleichbenannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden, welche im Sinne zuſammengezählt eine Bruchsſumme geben, wovon 4 ſubtrahirt werden konnte. Hier jedes der 2 Ganzen in 4 Viertel, welche auch ein Ganzes ausmachen, aufgelößt, und dieſe zuſammengezählt geben 8 Viertel, welche die 2 Ganze ausmachen, wovon 4 abgezählt, ſubtrahirt werden konnte 2 mal, d. i. unter Bruchsgeſtalt auch ausgedrückt $\frac{2}{4}$ Mal. — Endlich 3 in 4 dividirt, giebt den Quotienten 1 $\frac{1}{3}$ (1 ganzen und 1 drittels Theil) d. h. 3 ließ ſich von 4 abziehen 1 mal ganz, und es

blieb noch 1, ein Ganzes übrig, welches nach der Beſtimmung des Diviſors 3 in ſo viele gleich große oder gleichbenannte Bruchstheile aufgelößt gedacht werden mußte, daß hievon 3 weiter ſubtrahirt werden konnte. Hier in 3 Drittel, welche auch ein Ganzes ausmachen, wovon 3 abgezogen werden konnte 1 mal, das iſt, unter Bruchsgeſtalt auch ausgedrückt $\frac{1}{3}$ mal, daher der Quotient $1\frac{1}{3}$.

Der Quotient von zweien in einander dividirten, nicht einander gleichen Zahlen iſt in Beziehung auf den Diviſor, die Beſtimmung wie vielmal ſo viel dieſer weniger, als der Dividendus ſei; und in Beziehung auf den Dividendus, wie vielmal ſo viel ſolcher mehr als der Diviſor ſei? z. B. 4 in 8 dividirt, giebt den Quotienten 2. Hier zeigt der Quotient 2 an: der Diviſor 4 ſei 2 mal weniger (geringer, kleiner) als der Dividendus 8, und zugleich der Dividendus 8 ſei 2 mal mehr (ſtärker, größer) als der Diviſor 4. Demnach iſt der Quotient auch diejenige Zahl, welche anzeigt, um wie vielmal eine von 2 gegebenen Zahlen größer, oder kleiner, als die andere ſei.

Wenn man in vorangeführtem Beiſpiele den Quotienten 2 mit dem Diviſor 4 multiplicirt, ſo entſpringt zum Produkte der Dividendus 8. Der Dividendus kann alſo als ein Produkt betrachtet werden, wovon der Diviſor und Quotient die Factoren ſind. Da nach §. 29. das Produkt zweier mit einander multiplicirten Zahlen oder Factoren gleich, d. h. ſo groß iſt, als die Summe von 2 oder mehreren gleichen Zahlen, ſo iſt bei der Diviſion, welche das umgekehrte der Multiplication bewirkt, nämlich aus dem Produkte den andern Factor erfindet, wo bei der Multiplication aus beiden Factoren das Produkt erfunden wird, der Quotient um ſo viele gleiche Zahlen, als der Diviſor anzeigt, gegen den Dividendus gehalten weniger, mithin nur der andere zu ſuchen geweſene Factor, welcher durch gerade ſo vielmaliges Abziehen des Diviſors (des einen bekannten Factors) von dem Dividendus, als jener in dieſem enthalten iſt, herauskommen mußte. Daher, wenn ich z. B. 4 in 16 dividire, ſo iſt es ſo viel, als ich ziehe 4 von 16 nach und nach 4 mal ab, als:

	16		12		8		4
ab	4	ab	4	ab	4	ab	4
	12		8		4		,

Die Diviſion iſt demnach eine wiederholte Subtraction einer und der nämlichen Zahl von einer andern zu nennen, oder ſie iſt nichts anders, als eine dergleichen Subtraction in abgekürzter Art. Weil es nämlich auch viel zu mühſam und langſam wäre, eine und die nämliche Zahl von einer andern ſo nach und nach abzuziehen, ſo hat man auch das Dividiren (Geſchwindesnehmen nach dem jedesmaligen Enthaltenſeyn der einen Zahl in der andern) erfunden, zu deſſen Erleichterung und Beſchleunigung auch die allgemeine Rechentafel oder das ſogenannte Einmal-Eins vorzüglich dient, weil es nicht nur die Richtigkeit des Enthaltenſeyn jedesmal beweiſt; z. B. 2 in 4 dividirt, giebt zum Quotienten 2, denn 2 mal 2 iſt 4, ſondern auch bei ſolchen Zahlen, die ſich nicht gerade aus dividiren laſſen, ſo nach nicht ſo, wie ſie gegeben ſind, in Einmal-Eins auch vorkommen, zur Erfindung des richtigen Enthaltenſeyn führt; wenn man nämlich ſich den Dividendus um einige 1 geringer denkt, alſo ſo denkt, wie er mit dem Diviſor in dem Einmal-Eins vorkömmt. Die mehrere 1 ſind dann der Reſt, oder gleicher Bruchstheil beim endlichen Dividiren, z. B. man hat 5 in 26, 27, 28, oder 29 zu dividiren, ſo denkt man ſich, weil nach dem Einmal-Eins 5 mal 5 iſt 25, das 26 um 1 — das 27 um 2 — das 28 um 3 — das 29 um 4 weniger, und der Quotient iſt 5, welchem man nur die mehreren 1 unter Bruchsgeſtalt beizuſetzen hat, als $5\frac{1}{5}$ bei 26 — $5\frac{2}{5}$ bei 27 — $5\frac{3}{5}$ bei 28 — $5\frac{4}{5}$ bei 29.

Zwiſchen der Diviſion und Subtraction beſteht der weſentliche Unterſchied darin, daß jene Mittelſt Auflöſung des endlichen Reſtes in gleich viele, gleich benannte Bruchstheile gerade aus ſubtrahirt, alſo keinen undivirten Reſt zurückläßt. Daher können auch die 2 zum Dividiren gegebenen Zahlen von verſchiedener Größe ſeyn, nämlich der Diviſor und Dividendus können gleiche Zahlen ſeyn, oder der Diviſor kann größer, kann kleiner, als der Dividendus, und ſo umgekehrt ſeyn. Sind der Diviſor und Dividendus gleiche Zahlen, ſo entſteht eine gleiche ganze Theilung. Iſt der Diviſor kleiner, als der Dividendus, und iſt jener in dieſem gleich vielmal ganz ohne Reſt enthalten, ſo entſteht auch eine gleiche ganze Theilung; iſt er aber in dieſer gleich vielmal ganz und mit Reſt enthalten, ſo entſtehet eine gleiche ganze, und Bruchstheilung. Iſt aber der

Diviſor größer, als der Dividendus, ſo entſteht immer eine gleiche Bruchstheilung, wie es obige Beiſpiele vor Augen legen.

Hieraus läßt ſich auch der Urſprung der gebrochenen Zahlen (Brüche) nach obigem §. 2. gegebenen Begriffs hievon deutlich erklären. Nämlich ein Bruch, welcher nur einzelne gleichartige (gleichgroße) Theile eines Ganzen ausdrückt, entſteht, wenn eine größere Zahl in eine kleinere dividirt wird, und heißt daher ein eigentlicher oder ächter Bruch; z. B. 4 in 2 dividirt, giebt $\frac{2}{4}$. Ein Bruch, welcher alle einzelne gleichartige Theile eines Ganzen oder die einzelnen gleichartigen Theile mehrerer gleichartigen Ganzen ausdrückt, entſteht, wenn eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl, oder auch eine kleinere Zahl in eine größere ohne oder mit Reſt dividirt wird, z. B. $\frac{2}{2}$ d. h. 2 in 2 dividirt, giebt 1 Ganzes, oder 2 iſt in 2 enthalten 1 ganzes Mal; und $\frac{4}{2}$ heißt: 2 in 4 dividirt, giebt 2 Ganze ohne Reſt, oder 2 iſt in 4 enthalten 2 mal ganz; $\frac{4}{3}$ heißt ſo viel, als 3 in 4 dividirt, giebt 1 Ganzes und den Reſt 1, welcher nach obiger zu denkenden Auflößung $\frac{1}{3}$ iſt. Die Brüche $\frac{2}{2}$. $\frac{4}{2}$. $\frac{4}{3}$ und andere dergleichen Brüche, welche anzeigen, daß eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl zu dividiren ſey, oder daß eine kleinere Zahl in eine größere, ohne, oder mit Reſt dividirt werden könne, heißen daher uneigentliche oder unächte Brüche.

Ein ächter Bruch nach §. 12. angeſchrieben zeigt alſo an, daß eine größere Zahl in eine kleinere Zahl dividirt worden ſey, und auch zugleich, daß in der Regel nicht weiter zu dividiren, ſondern die Diviſion ſchon vollendet ſei. Wenn man alſo eine größere Zahl in eine kleinere zu dividiren hat, ſo darf man nur die kleinere Zahl zum Zähler, und die größere Zahl unter das gemachte Bruchzeichen zum Nenner ſetzen, ſo iſt es ſchon geſchehen. Z. B. 2 in 1 dividirt, giebt $\frac{1}{2}$. 13 in 12 giebt $\frac{12}{13}$. 321 in 211 giebt $\frac{211}{321}$.

Ein unächter Bruch nach §. 12. angeſchrieben, zeigt bloß an, daß eine gleiche Zahl in eine gleiche Zahl oder eine kleinere Zahl in eine größere zu dividiren, alſo die Diviſion keineswegs vollendet, ſondern erſt die gleiche ganze oder Bruchstheilung daraus zu finden ſey, daß z. B. bei $\frac{2}{2}$ 2 in 2 — bei $\frac{4}{2}$ 2 in 4 — bei $\frac{4}{3}$

3 in 4 nach obiger Art zu dividiren ſeyen. Man ſchreibt dergleichen Zahlen auch unter einer Bruchsgeſtalt, nur deswegen an, um dieſelbe nach dem Sprachgebrauche ſo kurz, als ſie hin und wieder ausgeſprochen werden, auch niederzuſchreiben. Die eigentlichen Diviſionszeichen ſind zwei abwärts geführte gerade Striche | |, denen zur Linken der Diviſor, zwiſchen denſelben der Dividendus, und zur Rechten der Quotient in gerader Linie zu ſtehen kommen. Z. B. 2 |2| 1 zeigt an, daß 2 in 2 dividirt, 1 zum Quotienten herauskomme.

Um gleiche Zahlen in einander zu dividiren, d. h. den Quotienten richtig zu finden, braucht man keine beſondere Regel. Hier iſt immer der Quotient 1, weil eine gleiche Zahl von einer andern gleichen nur 1 mal abzuziehen, alſo auch in derſelben nur 1 mal enthalten iſt. Z. B. 1 in 1 dividirt giebt 1. 10 in 10 dividirt giebt 1. 100 in 100 dividirt giebt 1; denn 1 mal 1 iſt 1 — 1 mal 10 iſt 10 — 1 mal 100 iſt 100. Auch iſt keine beſondere Regel für den Fall, wie ſchon oben gezeigt wurde, nöthig, wenn der Diviſor aus einer größern, und der Dividendus aus einer kleinern Zahl beſteht; denn hier darf man nur den Dividendus zum Zähler, und nach gemachten Bruchszeichen den Diviſor zum Nenner darunter ſetzen, ſo iſt die Diviſion geſchehen. Aber wenn der Diviſor aus einer kleinern, und der Dividendus aus einer größern Zahl beſteht, nebſtdem der Dividendus eine mehrfache Zahl iſt, oder beide, der Diviſor und Dividendus mehrfache Zahlen ſind, ſo ſind, um hauptſächlich bei den mehrfachen Zahlen die gleichvielmalige Abzählung nach der abſteigenden Größe und Bedeutung der Zahlen gleichartig jedesmal zu treffen, d. h. das richtige Enthaltenſeyn zu beſtimmen, nebſt dem Einmal-Eins, welches ſtatt 1 mal 1 iſt 1 — 1 in 1 iſt 1 anfangend zu leſen, und ſo fort zum Dividiren ſtets im Sinne üblich ſeyn muß, noch die beſondern Regeln zu beobachten, welche in nachſtehenden §§en für dergleichen Fälle geſondert gegeben werden.

§. 35.

Regeln der Diviſion,

wenn die kleinere Zahl der Diviſor, und die größere Zahl der Dividendus einfache Zahlen ſind, oder wenn nur der Dividendus eine mehrfache Zahl iſt.

1) Muß nach §. 34. der Diviſor von linker zur rechten Hand zuerſt angeſetzt, dann ein gerader Strich (|) abwärts geführt, nach demſelben in gerader Linie mit dem Diviſor fortlaufend der Dividendus geſtellt, hierauf wieder mit einem abwärts geführten Striche geſchloſſen werden. Nach dieſem Anſatze ſieht man darauf, ob der Dividendus auch nur eine einfache, oder aber eine mehrfache Zahl ſei.

2) Sind der Diviſor und Dividendus einfache Zahlen, ſo wird dieſer in jenem nach §. 34. und dem Einmal-Eins mit dem Worte in von linker zur rechten Hand dividirt, und hinter dem zweiten abwärts geführten Striche rechts der Quotient in gerader Linie mit dem Dividendus fortlaufend geſetzt; und zum Beweiſe, daß richtig dividirt worden ſei, iſt der Quotient immer zuletzt mit dem Diviſor im Sinne zu multipliciren, das Produkt auch im Sinne vom Dividendus zu ſubtrahiren. Bleibt kein Reſt, oder ein ſolcher, welcher kleiner, als der Diviſor, alſo ein dem Quotienten anzuhängender ächter Bruch iſt, ſo hat man recht dividirt. Iſt aber der Reſt größer, oder gleich dem Diviſor, ſo iſt nicht richtig dividirt. Man hat dann vom neuem zu dividiren, und den Diviſor höher im Dividendus zu nehmen.

3) Iſt der Dividendus eine mehrfache Zahl, ſo wird auch nach erſt gelehrter zweiter Regel nur mit dem Unterſchiede verfahren, daß jedes einzelne mit dem Diviſor von linker zur rechten Hand zu dividirende Zahlzeichen des Dividendus durch einen Beiſtrich abzuſchneiden, und wenn es dividirt iſt, durch einen Seitenſtrich / zu durchſtreichen ſei. Bleibt anfangs, und in der zwiſchen von einem der ſo dividirten Zahlzeichen ein Reſt, ſo wird ſolcher als ein Zehn oder Zehner dem folgenden zu dividirenden Zahlzeichen entweder im Sinne, oder beſſer mittelſt Bemerkung oben zur linken eingezählt, dies Zahlzeichen dann,

als eine mehrfache Zahl mit dem einfachen Diviſor durchdividirt, und ſo fort, bis auf das letzte Zahlzeichen des Dividendus, wenn auch hier ein Reſt bleibt, ſo wird ſolcher mit untergeſetztem Diviſor als ächter Bruch dem Quotienten zuletzt angehängt.

4) Kommt vor, daß von linker zur rechten Hand das erſte Zahlzeichen des mehrfachen Dividendus weniger, als der Diviſor bedeutet, ſo müſſen gleich anfangs 2 Zahlzeichen des Dividendus durch einen Beiſtrich abgeſchnitten, und als eine mehrfache Zahl mit dem einfachen Diviſor durchdividirt werden.

5) Hat der mehrfache Dividendus in der zwiſchen, und am Ende hie und da ein weniger bedeutendes Zahlzeichen, als der Diviſor, und iſt von einem vorher dividirten Zahlzeichen kein einzuzählender Reſt geblieben, ſo wird zum Quotienten ein 0 geſetzt, jedoch iſt hiebei zu bemerken, daß, wenn dergleichen Diviſion in der zwiſchen geſchieht, gleich nach geſetzten 0 zum Quotienren das weniger bedeutende Zahlzeichen, und das nächſt darauf folgende, welches ſelbſt ein 0 ſeyn kann, als eine mehrfache Zahl durch Abſchneidung mit dem Beiſtriche zuſammengenommen, und mit dem einfachen Diviſor fort durchdividirt werden müſſen. Geſchieht aber dergleichen Diviſion am Ende, ſo iſt nach geſetzten 0 zum Quotienten auch das letzte weniger bedeutende Zahlzeichen des Dividendus mit unterſetztem Diviſor als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen.

6) Wenn bei einem mehrfachen Dividendus in der zwiſchen, und am Ende Nullen vorkommen, und für dieſelbe von den vorher dividirten Zahlzeichen kein einzuzählender Reſt bleibt, ſo werden immer zum Quotienten ſo viele Nullen hinausgeſetzt, als dergleichen im Dividendus ſind. Wo aber ein Reſt bleibt, muß nach der dritten Regel verfahren werden.

Beiſpiele für die erſte und zweite Regel.

Wenn man 2 in 8 zu dividiren hat, ſo iſt der Anſatz dieſer: 2|8|, dann wird geſprochen: 2 in 8 iſt oder geht 4 mal; hierauf wird 4 als Quotient hinter den zweiten Strich alſo geſetzt: 2|8|4. Der

Quotient 4 mit dem Diviſor 2 multiplicirt, giebt 8. 8 von dem Dividendus 8 abgezogen, bleibt Nichts; alſo iſt recht dividirt. Anfänger können anfangs dies ſämtliche Verfahren anſchreiben, als: 2|8|4, bis ſie hinlänglich geübt ſind, und ſicher ſolches im Sinne zu treffen gelernt haben.

$$\begin{array}{r|r|l} 2 & 8 & 4 \\ & \underline{8} & \\ & , & \end{array}$$

Würde man anfangs geſprochen haben: 2 in 8 iſt 2 oder 3 mal, ſo hätte man bei Hinausſetzung 2 oder 3 zum Quotienten unrichtig dividirt, als: 2|8|2 oder 2|8|3; denn 2 mal 2 iſt 4 — 4 von 8 bleibt 4 und 2 mal 3 iſt 6 — 6 von 8 bleibt 2; oder angeſchrieben: 2|8|2 — 2|8|3. Im erſten

$$\begin{array}{r|r|l} 2 & 8 & 2 \\ & \underline{4} & \\ & 4 & \end{array} \quad — \quad \begin{array}{r|r|l} 2 & 8 & 3 \\ & \underline{6} & \\ & 2 & \end{array}$$

Falle käme ein größerer Reſt, als der Diviſor iſt, und im letzten Falle ein dem Diviſor gleicher Reſt heraus, welches aber bei einer gleichen Theilung nicht ſeyn kann und darf. —

Soll man 2 in 9 dividiren, ſo ſpricht man auch: 2 in 9 iſt 4 mal, und ſetzt 4 zum Quotienten alſo an: 2|9|4; aber da der Quotient 4 mit dem Diviſor 2 multiplicirt 8 giebt, ſo bleibt, dies 8 von 9 abgezogen, der Reſt 1, welcher kleiner, als der Diviſor 2 die Richtigkeit der Diviſion beweißt. Daher Reſt 1 mit 2 unter Bruchsgeſtalt dem Quotienten als ein ächter Bruch angehängt der ganze Quotient $4\frac{1}{2}$ wird. Dies ſämtliche Verfahren ſieht angeſchrieben alſo:

$$\begin{array}{r|r|l} 2 & 9 & 4\frac{1}{2} \\ & \underline{8} & \\ & 1 & \end{array}$$

Alſo geſchieht die Diviſion auch in folgenden und dergleichen Beiſpielen:

5 in 9 dividirt giebt den Quotienten $1\frac{4}{5}$ oder

$$\begin{array}{r|r|l} 5 & 9 & 1\frac{4}{5} \\ & \underline{5} & \\ & 4 & \end{array}$$

Anfänger ſind in Beiſpielen, wo der Diviſor und Dividendus einfache Zahlen ſind, fleißig zu üben, weil ſie dadurch die nöthige Fertigkeit, in mehrfachen Zahlen leicht zu dividiren, erlangen müſſen.

Beiſpiele für die dritte Regel.

Habe ich 2 in 4682 zu dividiren, ſo verfahre ich nach gemachtem Anſatze: 2|4682| alſo: weil hier der Dividendus eine mehrfache Zahl iſt, ſo dividire ich mit dem Diviſor 2 jedes von linker zur rechten Hand folgende Zahlzeichen des Dividendus, ſchneide deswegen jedes durch einen Beiſtrich ab, ſetze die einzelnen Quotienten nach der Ordnung hinten hinaus, und wenn ich ein Zahlzeichen nach der zweiten Regel dividirt habe, ſo durchſtreiche ich es. Der obige Anſatz ſieht demnach alſo aus:

$2|\not 4,\not 6,\not 8,\not 2,|2341$. Nämlich ich ſpreche, das erſte Zahlzeichen des Dividendus mit einen Beiſtriche abſchneidend, alſo: 2 in 4 geht 2 mal, und ſetze 2 als Quotienten hinter den Dividendus, ſprechend: 2 mal 2 iſt 4 — 4 von 4 geht auf — 4 iſt demnach dividirt, ich durchſtreiche es. Nun gehe ich zu dem folgenden Zahlzeichen über, ſchneide es deswegen auch durch einen Beiſtrich ab, und verfahre eben ſo, und ſo weiter, als: 2 in 6 geht 3 mal — 2 mal 3 iſt 6 — 6 von 6 geht auf. Dann 2 in 8 geht 4 mal — 2 mal 4 iſt 8 — 8 von 8 geht auf. Endlich 2 in 2 geht 1 mal — 1 mal 2 iſt 2 — 2 von 2 geht auf. Weil hier alles aufgegangen iſt, ſo wurde recht dividirt. Der ganze Quotient iſt 2341.

3 iſt in 7581 alſo zu dividiren: $3|\not 7,\overset{\not 1}{\not 5},\not 8,\overset{\not 2}{\not 1},|2527$. Nach abgeſchnittenen 7 im Dividendus ſpricht man: 3 in 7 geht 2 mal — 2 mal 3 iſt 6 — 6 von 7 bleibt 1. Dies 1 nach durchſtrichenem 7 oben zu 5 als ein Zehn geſetzt und abgeſchnitten, giebt zum weitern Dividiren 15 — 3 in 15 geht 5 mal — 3 mal 5 iſt 15 — 15 von 15 bleibt Nichts, und es wird durchſtrichen. Nun wird 8 abgeſchnitten und geſprochen: 3 in 8 geht 2 mal — 2 mal 3 iſt 6 — 6 von 8 bleibt 2. Dies 2 nach durchſtrichenem 8 oben zu 1 als 2 Zehner geſetzt und abgeſchnitten giebt zum endlichen Dividiren 21 — 3 in 21 geht 7 mal — 3 mal 7 iſt 21 — 21 von 21 geht auf, und wird durchſtrichen. Weil nun auch kein Reſt geblieben iſt, ſo iſt recht dividirt worden. Der ganze Quotient beträgt 2527.

4 wird in 4459 alſo dividirt: 4 | 4,4,5,9, | 1114 $\frac{3}{4}$. Nämlich die im Dividendus abzuſchneidenden 4 ſind mit dem Diviſor 4 als gleichen Zahlen geſchwind dividirt, 4 in 4 geht 1 mal — weil 1 mal 4 iſt 4 — 4 von 4 bleibt Nichts. Aber 4 in 5 dividirt giebt 1 zum Quotienten und läßt 1 zurück. Dies 1 als 10 zu 9 oben geſetzt giebt 19 zum endlichen Dividiren. Da 4 in 19 — 4 mal geht, weil 4 mal 4 iſt 16 — und 16 von 19 bleibt 3, ſo iſt der endlich zuletzt bleibende geringere Reſt 3 mit unterſetztem Diviſor 4 als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen, demnach der richtige ganze Quotient 1114 $\frac{3}{4}$.

Beiſpiele für die vierte Regel.

3 iſt in 1632 alſo zu dividiren: 3 | 16,3,2, | 544. Weil hier das erſte Zahlzeichen des Dividendus geringer iſt, als der Diviſor, ſo ſchneide ich gleich 2 Zahlzeichen des Dividendus ab, ſprechend: 3 in 16 geht 5 mal — 3 mal 5 iſt 15 — 15 von 16 bleibt 1. Dies 1 zu folgendem 3 als 10 geſetzt giebt zum weitern Dividiren 13. Nun 3 in 13 geht 4 mal — 3 mal 4 iſt 12 — 12 von 13 bleibt wieder 1. Dies 1 zu endlich folgendem 2 als 10 geſetzt giebt zum endlichen Dividiren 12 — 3 in 12 geht 4 mal — 3 mal 4 iſt 12 — 12 von 12 bleibt Nichts, oder geht auf. Alſo iſt der richtige ganze Quotient 544.

2 wird in 1943 alſo dividirt: 2 | 19,4,3, | 971 $\frac{1}{2}$. Weil hier auch das erſte Zahlzeichen des Dividendus geringer iſt, als der Diviſor, ſo mußten gleich 2 Zahlzeichen des Dividendus abgeſchnitten, und 2 in 19 dividirt werden, nämlich: 2 in 19 geht 9 mal — 2 mal 9 iſt 18 — 18 von 19 bleibt 1. Dies 1 zu 4 als 10 geſetzt giebt zum weitern Dividiren 14 — 2 in 14 geht 7 mal — 2 mal 7 iſt 14 — 14 von 14 geht auf. Endlich 2 in 3 geht 1 mal — 1 mal 2 iſt 2 — 2 von 3 bleibt 1. Dies endlich gebliebene 1 wird wieder als Reſt mit untergeſetztem Diviſor, als ächter Bruch dem Quotienten angehängt. Daraus entſteht der richtige ganze Quotient 971 $\frac{1}{2}$.

Beiſpiele für die fünfte Regel.

6 in 648 iſt alſo zu dividiren: $6\,|\,6,48,|\,108$. Nämlich 6 in 6 geht 1 mal — 1 mal 6 iſt 6 — 6 von 6 bleibt Nichts. 6 in 4 geht 0 mal, weil 4 inzwiſchen geſetzt kleiner, als der Diviſor 6 ohne einen vorher gebliebenen Reſt iſt, deswegen wird gleich das folgende Zahlzeichen 8 zum endlichen Dividiren abgeſchnitten, und geſprochen: 6 in 48 geht 8 mal — 6 mal 8 iſt 48 — 48 von 48 bleibt Nichts. So reſultirt 108 als richtiger ganzer Quotient.

6 in 8472 wird dividirt alſo: $6\,|\,8,\overset{2}{4},7,\overset{1}{2},|\,1412$, man ſpricht: 6 in 8 geht 1 mal — 1 mal 6 iſt 6 — 6 von 8 bleiben 2. 6 in 24 geht 4 mal — 4 mal 6 iſt 24 — 24 von 24 bleibt Nichts. 6 in 7 geht 1 mal — 1 mal 6 iſt 6 — 6 von 7 bleibt 1. 6 in 12 geht 2 mal — 2 mal 6 iſt 12 — 12 von 12 geht auf. Hier kommen zwar auch beim Dividendus inzwiſchen, und ſogar am Ende kleinere Zahlzeichen, als der Diviſor iſt, vor, aber weil von vorher dividirten Zahlzeichen ein Reſt geblieben iſt, ſo konnte kein Null zum Quotienten hinausgeſetzt werden.

3 in 452 dividirt ſich alſo: $3\,|\,4,\overset{1}{5},2,|\,150\frac{2}{3}$. Man ſpricht: 3 in 4 geht 1 mal, 1 mal 3 iſt 3 — 3 von 4 bleibt 1 — 1 zu 5 als 10 geſetzt giebt zum weitern Dividiren 15 — 3 in 15 geht 5 mal — 3 mal 5 iſt 15 — 15 von 15 geht auf. Endlich 3 in 2 geht 0 mal, weil 2 kleiner, als der Diviſor 3 iſt. Da aber 2 das letzte zu dividirende Zahlzeichen iſt, ſo muß es mit dem Diviſor 3 unter Bruchsgeſtalt dem Quotienten 150 angehängt werden, ſo, daß der ganze Quotient $150\frac{2}{3}$ richtig herauskömmt.

7 hat man in 805 alſo zu dividiren: $7\,|\,8,\overset{1}{0},\overset{3}{5},|\,115$. Nämlich 7 in 8 geht 1 mal — 1 mal 7 iſt 7 — 7 von 8 bleibt 1 — 1 als 10 vor Null geſetzt, giebt zum weitern Dividiren 10. 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 iſt 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dies 3 als Zehner zu 5 geſetzt, giebt zum endlichen Dividiren 35. Endlich 7 in 35 geht 5 mal — 5 mal 7 iſt 35 — 35 von 35 geht auf. Alſo entſteht der

ganze richtige Quotient 115. Weil auch hier ein Reſt zu dem 0, und dem letzt geringern Zahlzeichen des Dividendus vom vorher Dividiren einzuzählen war, ſo konnte kein 0 zum Quotienten hinausgeſetzt werden.

6 in 363041454 iſt alſo zu dividiren: $6 \,|\, \not3\not6, \not3\not0, \not4\not1, \overset{\not5}{\not4}, \not5\not4, \,|\, 60506909$. Nämlich weil hier das erſte Zahlzeichen des Dividendus kleiner, als der Diviſor iſt, ſo mußten gleich 2 Zahlzeichen zum Dividiren im Anfange abgeſchnitten werden, dann konnte man ſprechen: 6 in 36 geht 6 mal — 6 mal 6 iſt 36 — 36 von 36 geht auf. Weil kein Reſt bleibt, und das folgende Zahlzeichen 3 geringer, als der Diviſor iſt, ſo kommt ein 0 zum Quotienten, dann wird das folgende Null im Dividendus zu 3 abgeſchnitten, es giebt zum weitern Dividiren 30 — 6 in 30 geht 5 mal — 5 mal 6 iſt 30. Weil auch das weiter folgende Zahlzeichen 4 geringer, als der Diviſor iſt, ſo muß zu demſelben nach hinausgeſetztem 0 zum Quotienten das nächſtfolgende 1 abgeſchnitten werden, es giebt 41 — 6 in 41 geht 6 mal — 6 mal 6 iſt 36 — 36 von 41 bleibt 5. Dies 5 zu folgenden 4 als 5 Zehner geſetzt, giebt zum Fortdividiren 54 — 6 in 54 geht 9 mal — 6 mal 9 iſt 54 — 54 von 54 bleibt Nichts. Endlich, weil das folgende Zahlzeichen 5 auch noch kleiner, als der Diviſor iſt, und vom vorher Dividiren kein einzuzählender Reſt geblieben iſt, ſo muß ein 0 zum Quotienten hinausgeſetzt, und zu dem 5 das letzte Zahlzeichen 4 abgeſchnitten werden. Es giebt zum endlichen Dividiren 54 — 6 in 54 geht 9 mal — 6 mal 9 iſt 54 — 54 von 54 geht auf. Alſo entſtand der ganze richtige Quotient 60506909.

Beiſpiele für die ſechste Regel.

2 wird in 406008000 alſo dividirt: $2 \,|\, \not4, \not0, \not6, \not0, \not0, \not8, \not0, \not0, \not0, \,|\, 203004000$. Weil hier beim Dividendus in der zwiſchen und am Ende Nullen vorkommen, für welche von den vorher dividirten Zahlzeichen 4, 6, 8, welche ſich mit 2 gerade aus dividiren, kein einzuzählender Reſt bleibt, ſo kommen in dem Quotienten ſo viele Nullen zu ſtehen, als der Dividendus hat.

9 iſt in 54081 alſo zu dividiren: 9|5,4,0,8,1,|6009. Weil hier das erſte Zahlzeichen des Dividendus 5 weniger, als der Diviſor 9 iſt, ſo müſſen zum anfänglichen Dividiren gleich 2 Zahlzeichen abgeſchnitten werden, dann wird geſprochen: 9 in 54 geht 6 mal — 6 mal 9 iſt 54 — 54 von 54 bleibt Nichts. Da Nichts bleibt, ſo iſt für das folgende 0 auch ein 0 im Quotienten hinauszuſetzen. Da nächſtfolgendes 8 auch kleiner, als 9 iſt, ſo muß auch ein 0 zum Quotienten hinausgeſetzt, und endlich das letzte Zahlzeichen 1 zu 8 herabgeſchnitten werden. Nun 9 in 81 geht 9 mal — 9 mal 9 iſt 81 — 81 von 81 bleibt Nichts. Alſo iſt der ganze richtige Quotient 6009.

7 in 80090 iſt alſo dividiren: 7|8,0,0,9,0,| 11441 $\frac{3}{7}$. (darüber: 1 3 2 1 3) Nämlich 7 in 8 geht 1 mal — 1 mal 7 iſt 7 — 7 von 8 bleibt 1. Dies 1 als 10 zu 0 geſetzt, giebt zum weitern Dividiren 10 — 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 iſt 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dies 3 als 3 Zehner zu weiter folgendem 0 geſetzt, giebt zum Fortdividiren 30 — 7 in 30 geht 4 mal — 4 mal 7 iſt 28 — 28 von 30 bleibt 2. Dies 2 zu folgenden 9 als 2 Zehner geſetzt, giebt zum Fortdividiren 29 — 7 in 29 geht 4 mal — 4 mal 7 iſt 28 — 28 von 29 bleibt 1. Dies 1 als Zehn zum letzten 0 geſetzt giebt 10 — 7 in 10 geht 1 mal — 1 mal 7 iſt 7 — 7 von 10 bleibt 3. Dieſer endliche Reſt iſt mit dem Diviſor 7 unter Bruchsgeſtalt dem Quotienten anzuhängen. Daher obiger ganzer richtige Quotient 11441 $\frac{3}{7}$. Weil hier zu dem letzten 0 im Dividendus ein einzuzählender Reſt vom vorher dividirten Zahlzeichen geblieben iſt, ſo konnte kein 0 hiefür in den Quotienten hinausgeſetzt werden.

8 in 840 wird alſo dividirt: 8|8,40,|105. Nämlich 8 in 8 geht 1 mal — 1 mal 8 iſt 8 — 8 von 8 bleibt Nichts. Wegen keines gebliebenen Reſtes iſt das folgende kleinere Zahlzeichen 4, als der Diviſor 8, nach vorher hinausgeſetzten 0 in dem Quotienten mit dem letzten Null abzuſchneiden, und zu ſprechen: 8 in 40 geht 5 mal — 5 mal 8 in 40 — 40 von 40 geht auf. Daher der richtige ganze Quotient 105.

Weil hier wieder zu dem letzten 0 in dem Dividendus ein einzuzählender Reſt vom vorher Dividiren geblieben iſt, ſo konnte kein 0 hiefür in den Quotienten hinausgeſetzt werden.

5 in 52540 hat man alſo zu dividiren: 5 |5,25,40,| 10508. Nämlich 5 in 5 geht 1 mal — 1 mal 5 iſt 5 — 5 von 5 bleibt Nichts. Wegen keines gebliebenen Reſtes und des folgenden kleinern Zahlzeichens 2, als der Diviſor 5 iſt, wird 0 im Quotienten hinausgeſetzt, dann zu 2 herabgeſchnitten 5, es giebt zum weitern Dividiren 25 — 5 in 25 geht 5 mal — 5 mal 5 iſt 25 — 25 von 25 geht auf. Wegen wieder keines gebliebenen Reſtes und folgenden kleinern Zahlzeichens 4, als der Diviſor 5, wird ein 0 zum Quotienten weiter hinausgeſetzt, dann zu 4 das letzte 0 herabgeſchnitten, es giebt zum endlichen Dividiren 40 — 5 in 40 geht 8 mal — 5 mal 8 iſt 40 — 40 von 40 bleibt Nichts. Daher auch der ganze richtige Quotient 10508. Wegen wieder eines gebliebenen Reſtes vom vorletzten Dividiren zu dem letzten 0 in dem Dividendus konnte wieder kein 0 in den Quotienten hinausgeſetzt werden.

§. 33.

Regeln der Diviſion,

wenn die kleinere Zahl der Diviſor, und die größere Zahl der Dividendus, beide mehrfache Zahlen ſind.

1) Nach gemachtem Anſatze, welcher §. 35. Nro. 1 gelehrt wurde, und auch hier gielt, werden im Dividendus ſo viele Zahlzeichen, wozu auch Nullen gezählt werden, durch einen Beiſtrich zum Dividiren abgeſchnitten, als der Diviſor hat. Wenn aber die abgeſchnittenen Zahlzeichen des Dividendus weniger, als der ganze Diviſor bedeuten, ſo muß nach im §. 35. gegebener vierter Regel gleich im Dividendus ein Zahlzeichen beim Abſchneiden mehr genommen werden.

2) Wird die Diviſion alſo angefangen: mit dem erſten Zahlzeichen des Diviſors wird in das erſte Zahlzeichen des abgeſchnittenen Dividendus, oder wenn dieſes weniger, als das erſte Zahlzeichen des Diviſors bedeutet, in die 2 erſten Zahlzeichen des abgeſchnittenen Dividendus nach der im §. 35.

gegebenen vierten Regel dividirt, hiebei jeder einzelne Quotient mit dem ganzen Diviſor multiplicirt, und das jedesmalige Produkt unter die abgeſchnittenen Zahlzeichen des Dividendus von rechter zur linken Hand zum Subtrahiren geſetzt. Wenn von der Subtraction, welche hier nicht im Sinne oder auswendig, ſondern ſchriftlich zu geſchehen hat, kein oder ein Reſt bleibt, ſo muß darauf geſehen werden, ob im Dividendus noch ein Zahlzeichen, welches auch nur ein 0 ſeyn kann, zum weitern Dividiren durch einen Beiſtrich abzuſchneiden ſei, oder nicht. Iſt keines mehr abzuſchneiden, ſo iſt mit dem erſten Male ſchon die Diviſion vollbracht. Der bleibende Reſt wird mit unterſetztem Diviſor, als ächter Bruch dem Quotienten nur angehängt. Iſt aber eines, oder ſind noch mehrere Zahlzeichen im Dividendus zum weitern Dividiren abzuſchneiden, ſo wird jedes einzeln durch einen Beiſtrich abgeſchnitten, und zum weitern Dividiren dem gebliebenen Reſte rechts herab — und angeſetzt. Wenn kein Reſt geblieben iſt, ſo geſchieht auch dieſe Herabſetzung an dem Platze zur Rechten, wo der Reſt anzuſchreiben geweſen wäre.

3) Die weitere Dividirung geſchieht nach erſtgezeigter jedesmaliger Herabſetzung eines Zahlzeichens vom Dividendus eben ſo, wie ſolche angefangen wurde. Nämlich mit dem erſten Zahlzeichen des Diviſors wird in das erſte Zahlzeichen der als Reſte herabſtehenden Zahlen dividirt; wenn aber dieſes weniger, als das erſte Zahlzeichen des Diviſors bedeutet, ſo muß, ehe nach obiger zweiter Regel in die 2 erſten Zahlzeichen derſelben dividirt werden kann, nach jeder Herabſetzung eines Zahlzeichens, welches auch nur ein 0 ſeyn kann, darauf geſehen werden, ob die herabſtehenden zu dividirenden Zahlen in Summa nicht weniger, als der Diviſor, bedeuten. Iſt dieſes, ſo muß nach der Herabſetzung eines Zahlzeichens ein 0 zum Quotienten hinausgeſchrieben, und das nächſtfolgende Zahlzeichen, um dividiren zu können, auch neben herabgeſchrieben werden; bleibt aber der Diviſor immer noch größer, ſo muß wieder ein 0 zum Quotienten hinausgeſchrieben, und das weiter nächſtfolgende Zahlzeichen nebenbei auch herabgeſetzt werden. Dies geſchieht ſo lange, bis die herabſtehenden Zahlzeichen entweder

eben ſo viel, oder noch mehr, als der Diviſor bedeuten, oder gar kein Zahlzeichen mehr vom Dividendus herabgeſchrieben werden kann. Iſt bei dem letzten herabgeſchriebenen Zahlzeichen des Dividendus der Diviſor immer noch größer, ſo müſſen nach hinausgeſetztem 0 zum Quotienten die herabſtehenden Zahlzeichen mit dem unterſetzten Diviſor als ächter Bruch dem Quotienten angehängt werden.

4) Vorſtehende Regel gielt auch für den Fall, wenn gleich anfangs, und hierauf nach dem zu einem oder keinem Reſte herabgeſetzten Zahlzeichen des Dividendus zwar das erſte Zahlzeichen der als Reſt herabſtehenden und zu dividirenden Zahlen mehr, oder eben ſo viel bedeutet, als das erſte Zahlzeichen des Diviſors; aber der Diviſor in Summa größer iſt, als die alſo herabſtehenden Zahlzeichen. Hier muß auch gleich anfangs ein 0 zum Quotienten hinausgeſetzt, und nach erſt vorher gelehrten Art fortgefahren werden. Sind zu keinem gebliebenen Reſte an deſſen Platze nur Nullen herabzuſchreiben, ſo werden kurz nur ſo viele Nullen in den Quotienten hinausgeſetzt, als Nullen herabzuſchreiben wären.

5) Wenn bei regelmäßig abgeſchnittenen und herabgeſetzten Zahlen der Dividendus mehrfacher, als der Diviſor iſt, anbei das erſte Zahlzeichen des Diviſors und des Dividendus gleiche Zahlen bedeuten, ſo kann man nicht, wie §. 34. am Ende ſagt, das erſte Zahlzeichen des Diviſors in das erſte Zahlzeichen des Dividendus 1 mal nehmen, ſondern es muß das erſte Zahlzeichen des Diviſors in 2 Zahlzeichen des Dividendus nach der im §. 35. gegebenen vierten Regel dividirt werden. Doch läßt ſich, welches beſonders zu bemerken iſt, wenn das erſte Zahlzeichen des Diviſors 1 iſt, ſolches nie höher in 2 Zahlzeichen des Dividendus, als 9 mal nehmen, oder dividiren.

6) So oft ein einfacher Diviſor in 1 oder nach der im §. 35. gegebenen vierten Regel in 2 Zahlzeichen des mehrfachen Dividendus zu nehmen iſt, als ſolcher darin enthalten iſt, eben ſo oft kann nicht immer das erſte Zahlzeichen eines mehrfachen Diviſors in 1 oder 2 Zahlzeichen eines mehrfachen

Dividendus genommen werden, wenn durch die Multiplication des Quotienten mit dem ganzen Diviſor ein Produkt entſteht, welches größer, als der ganze abgeſchnittene oder herabgeſetzte Dividendus iſt, alſo nicht hievon ſubtrahirt werden kann. Der Fall iſt gewöhnlich, wenn 1 das erſte Zahlzeichen des Diviſors iſt. Um in einem ſolchen Falle gleich den rechten Quotienten zum Anſchreiben zu treffen, welcher durch die Multiplication mit dem ganzen Diviſor kein größeres Produkt giebt, als die zu dividirenden Zahlzeichen betragen, darf man nur einen genommenen Quotienten flüchtig mit dem ganzen Diviſor im Sinne multipliciren, und die einzelnen Produkte, ſo wie ſolche zum Subtrahiren untergeſtellt werden ſollten, gleich gegen jedes Zahlzeichen des Dividendus halten. Fallen die einzelnen Produkte in ihrer Summe höher aus, als dergleichen oben geſtellte Zahlzeichen des Dividendus bedeuten, ſo iſt der Quotient zu hoch genommen worden. — Fallen ſie in ganz gleicher Summe gegen einander aus, ſo iſt der Quotient richtig. Desgleichen, wenn erſtere nicht viel unter der ganz gleichen Summe ſtehen. Stehen dieſe aber ſo weit unter der ganz gleichen Summe, daß ſie von den Zahlzeichen des Dividendus ſubtrahirt, einen noch größern Reſt hinterlaſſen, als der ganze Diviſor iſt, ſo iſt der Quotient zu niedrig genommen. Beſſer iſt es hier den Quotienten anfangs höher, als niedriger, zu nehmen, weil man hernach durch allmähliges um 1 niedriger nehmen eher den rechten Quotienten findet. Dies verſuchsweiſe Auffinden des richtigen Quotienten kann in dergleichen Fällen leichter und geſchwinder auf die kürzeſte Art dadurch geſchehen, wenn man ſich das erſte Zahlzeichen des Diviſors, und manchmal auch des Dividendus um 1 höher denkt, alſo z. B. ſtatt 1 in 2 zu dividiren, im Sinne 2 in 3 dividirt. Hat man einen Fall zur vorſtehenden fünften Regel gehörig, ſo genügt faſt immer, wenn man ſich nur das erſte Zahlzeichen des Diviſors um 1 höher denkt, z. B. ſtatt 3 in 32 nimmt 4 in 32. Schon beim erſten Dividiren wird ſo gemeiniglich der richtige Quotient gleich, wenigſtens ſehr nahe, allzeit getroffen. Der Quotient muß aber hernach regelmäßig immer mit den gegebenen Zahlzeichen des Diviſors multiplicirt, und auch das Produkt von den gegebenen

Zahlzeichen des Dividendus ſubtrahirt werden. Die höhere Vorſtellung der erſten Zahlzeichen gielt nur zum Dividiren, oder Quotienten ſuchen. Die Anwendung dieſes Erleichterungs- und Beförderungsmittels zum Auffinden des richtigen Quotienten ſoll in nachſtehenden Beiſpielen deutlich gezeigt werden.

7) Hat der Diviſor zur Rechten am Ende Nullen, ſo werden dieſe vor der Diviſion mit Seitenſtrichen durchgeſtrichen, zugleich werden aber auch im Dividendus zur Rechten eben ſo viele Zahlzeichen, oder auch Nullen, wenn dergleichen auch da am Ende ſtehen, durchgeſtrichen, als der Diviſor Nullen hat. Die durchgeſtrichenen Zahlzeichen oder Nullen werden dann beim Dividiren übergangen. Bleibt vom Dividiren kein Reſt, und ſind beiderſeits nur gleichviel geſtrichene Nullen da, ſo iſt die Diviſion für ganz vollendet anzuſehen. Beſtehet aber der am Ende durchgeſtrichene Theil des Dividendus aus Zahlzeichen mit oder ohne Nullen, ſo iſt zuletzt noch dieſer durchgeſtrichene Theil, wie er ſteht, mit unterſetztem ganzen Diviſor, als ächter Bruch dem Quotienten anzuhängen. Eben ſo muß auch, wenn ein Reſt vom Dividiren geblieben iſt, derſelbe mit den übrigen geſtrichenen Zahlzeichen oder Nullen des Dividendus zuletzt unter gleicher Bruchsgeſtalt dem Quotienten angehängt werden.

8) Hat der Diviſor in der zwiſchen Nullen, ſo iſt bei der Multiplication des Quotienten mit dem Diviſor nur die diesfalſige Multiplicationsregel zu beobachten.

9) Iſt der Diviſor 1 mit 1 oder mehreren Nullen, ſo werden im Dividendus zur Rechten am Ende eben ſo viele Zahlzeichen oder Nullen, wenn eben ſo viele da ſind, auf erſtgeſagte Art durchgeſtrichen, und die Diviſion iſt, weil 1 als einfacher Diviſor nichts dividirt, ganz vollendet, wenn nur ſo viele durchgeſtrichene Nullen im Dividendus am Ende ſind, als der Diviſor hat. Hat aber der Dividendus wieder nur ſo viele geſtrichene Zahlzeichen, mit oder ohne Nullen, ſo muß auch zuletzt dieſer geſtrichene Theil wieder unter Bruchsgeſtalt dem Quotienten angehängt werden.

Nun zur Anwendung dieſer Regeln in Beiſpielen!

Beiſpiele für die erſte, zweite und dritte Regel.

Hat man 32 in 64 zu dividiren, ſo ſchneidet man nach gemachtem Anſatze, weil der Diviſor aus 2 Zahlzeichen beſteht, im Dividendus eben ſo viele ab. Da zugleich dieſe mehr, als der Diviſor bedeuten, ſo kann man gleich dividiren, ſprechend: 3 in 6 geht 2 mal — 2 mal 2 iſt 4 — 2 mal 3 iſt 6 — 4 von 4 geht auf, 6 von 6 geht auch auf. Weil kein Reſt geblieben und auch kein abzuſchneidendes Zahlzeichen zum weitern Dividiren vorhanden iſt, ſo iſt ſchon die Diviſion vollendet, welche angeſchrieben alſo ausſieht: 32 |64| 2 — 2 iſt alſo hier der Quotient.

64

,,

214 in 650 dividirt ſieht alſo aus: 214 |650| 3 $\frac{8}{214}$. — Weil hier der Diviſor aus 3 Zahlzeichen

642

,,8

beſteht, ſo müſſen auch eben ſo viele im Dividendus mit beigezähltem 0 abgeſchnitten werden. Bei der Diviſion ſelbſt hieß es: 2 in 6 geht 3 mal — 3 mal 4 iſt 12, 1 mal 3 iſt 3 mit 1 geblieben iſt 4, und 2 mal 3 iſt 6 — 2 von 10 bleibt 8 — 4 von 4 geht auf — 6 von 6 geht auch auf. Da der Reſt 8 geblieben, und kein abzuſchneidendes Zahlzeichen zum weitern Dividiren mehr vorhanden iſt, ſo kam dieſer Reſt mit unterſetztem ganzen Diviſor als ächter Bruch hinter den Quotienten zuletzt zu ſtehen. — Daraus entſtand alſo der ganze Quotient 3 $\frac{8}{214}$.

23 in 575 dividirt, giebt den Quotienten 25. — Nämlich:

23 |5 7,5,| 25.
4 6
1 1 5
1 1 5
, , ,

Weil hier bei anfänglicher Dividirung nach regelmäßig 2 vom Dividendus abgeſchnittenen und dividirten Zahlzeichen der Reſt 11 bleibt, ſo mußte das im Dividendus noch übrige Zahlzeichen 5 zu dem Reſte 11 herabgeſetzt werden, ſo, daß itzt 23 in 115 weiter zu dividiren iſt, ſprechend: 2 in 11, (nicht 1, weil 2 mehr als 1 iſt,) geht 5 mal — 3 mal 5 iſt 15 — 2 mal 5 iſt 10 — 1 geblieben iſt 11 — 115 von 115 geht auf.

74 in 6882 dividirt, giebt den Quotienten 93. Nämlich:

```
74|6 8 8,2,|93.
   6 6 6
   ,2 2 2
    2 2 2
    , , ,
```

Hier mußten im Dividendus gleich anfänglich 3 Zahlzeichen abgeſchnitten werden, weil 68 weniger als 74 iſt. Nach gebliebenem Reſte 22 vom erſten Dividiren mußte zu demſelben noch das übrige im Dividendus abgeſchnittene Zahlzeichen 2 herabgeſetzt werden, daß endlich 74 in 222 zu dividiren kommt, wo es heißt: 7 in 22 geht 3 mal — 3 mal 4 iſt 12 — 3 mal 7 iſt 21 — 1 geblieben 22 — 222 von 222 geht auf.

25 in 55005 dividirt, giebt den Quotienten 2200 $\frac{5}{25}$. Nämlich:

```
25|5 5,0,0,5,|2200 5/25.
   5 0
   5 0
   5 0
   , 0 5
```

Hier mußte zum erſt gebliebenen Reſte 5 ein im Dividendus abgeſchnittenes 0 zum weitern Dividiren herabgeſetzt werden; da von der zweiten Diviſion kein Reſt blieb, ſo mußte das weiter folgende 0 im Dividendus abgeſchnitten, und an dem Platze des anzuſchreibenden Reſtes Rechts herabgeſetzt werden. Da nach der dritten Regel 25 in 0 nicht zu dividiren iſt, ſo kommt ein 0 zum Quotienten. Nun iſt das noch übrige Zahlzeichen 5 im Dividendus abzuſchneiden, und neben dem 0 herabzuſetzen. Da nach §. 7. das einem Zahlzeichen links zuerſt vorſtehende 0 ſo viel als Nichts bedeutet, alſo 25 nur in 5 zu dividiren wäre, aber auch nicht zu dividiren iſt, ſo muß wieder nach erſt angeführter Regel ein 0 zum Quotienten geſetzt, endlich der Reſt 5 mit unterſetztem Diviſor 25 als ächter Bruch dem ganzen Quotienten angehängt werden.

58 in 5974 dividirt, giebt den Quotienten 103. Nämlich:

```
58|5 9,7,4,|103.
   5 8
   ,1 7 4
    1 7 4
    , , ,
```

Hier konnte nach vollbrachter erſter Diviſion und dem herabgeſetzten 7 des Dividendus zu dem Reſte 1 nicht gleich fortdividirt werden, ſprechend: 5 in 17 geht 3 mal, weil 17 weniger, als der Diviſor 58 iſt. Daher kam vorher ein 0 zum Quotienten, dann 4 das letzte Zahlzeichen des Dividendus zum Reſte herab, welcher dadurch zu 174 vergrößert 58 in ſich ausdividiren ließ.

433 in 4344289 dividirt, giebt den Quotienten 10033. Nämlich:

```
433 |4 3 4,4,2,8,9,| 10033.
     4 3 3
     , , 1 4 2 8
         1 2 9 9
         , 1 2 9 9
           1 2 9 9
           , , , ,
```

Hier war zu dem gebliebenen Reſte 1 vom erſten Dividiren das nächſtfolgende abgeſchnittene 4 vom Dividendus herabzuſetzen, weil aber ſo nur 14 viel weniger, als der Diviſor iſt, entſtand, ſo konnte auch nicht gleich fortdividirt werden, ſprechend: 4 in 14, ſondern es mußte erſt ein 0 zum Quotienten hinaus — und darauf das weiterfolgende abgeſchnittene 2 herabkommen. Weil aber ſo wieder erſt 142, alſo noch immer weniger, als 433 entſtand, ſo kam wieder ein 0 zum Quotienten hinaus — dann das weiter nächſtfolgende abgeſchnittene 8 herab zu ſtehen. Nun entſtand 1428, wo 433 hinein dividirt werden kann, ſprechend: 4 in 14 geht 3 mal — 3 mal 3 iſt 9 — 3 mal 3 iſt 9 — 3 mal 4 iſt 12. Subtrahirt bleibt 129. Nun hiezu das letzte abgeſchnittene Zahlzeichen 9 entſteht 1299, wo eben ſo wieder hinein dividirt alles gerade aufgeht.

371 in 374230 dividirt, giebt den Quotienten $1008\,\frac{262}{371}$.

Nämlich:

```
371 |3 7 4,2,3,0,| 1008 262/371.
     3 7 1
     , , 3 2 3 0
         2 9 6 8
         , 2 6 2
```

Weil hier nach den erſten dividirten abgeſchnittenen 3 Zahlzeichen des Dividendus der Reſt 3 herauskam, zu welchen das abgeſchnittene 2 und 3 herabgeſchrieben kein ſo großer, oder größerer Dividendus, als der Diviſor iſt, entſtand, ſo mußten für 2 und 3 zwei Nullen im Quotienten hinausgeſetzt werden, und nur nach abgeſchnittenen und herabgeſetzten 0 vom Dividendus konnte mit 8 ausdividirt werden, ſo, daß der Reſt 262 mit unterſetztem ganzen Diviſor 371 als ächter Bruch hinter den Quotienten zuletzt geſetzt kam.

24 in 490104 dividirt, giebt den Quotienten 20421.

```
Nämlich 24 |4 9,0,1,0,4,| 20421.
           4 8
           ,1 0 1
             9 6
             , , 5 0
                 4 8
                 , 2 4
                   2 4
                   , ,
```

Zu dem Reſte 1 von dem abgeſchnittenen Dividendus 49 mußte das folgende 0 abgeſchnitten, und herabgeſetzt werden. Es gab das nicht zudividirende 10, deßwegen kam ein 0 hinter den Quotienten; hierauf das nächſtfolgende 1 abgeſchnitten und herabgeſetzt, konnte 24 in 101 dividirt werden. Zu dem Reſte 5 hievon mußte das darauf folgende 0 abgeſchnitten und herabgeſetzt werden; es gab 24 in 50 zu dividiren. Zu dieſem Reſte 2 hievon mußte das letzt folgende 4 abgeſchnitten und herabgeſetzt werden; es gab 24 in 24, alſo gleiche Zahlen, zudividiren, welche ſich in den Quotienten 1 auflößen. Daher der ganze Quotient 20421.

Beiſpiele für die vierte Regel.

251 in 50551 dividirt, giebt den Quotienten 201 $\frac{100}{251}$.

```
Nämlich 251 |5 0 5,5,1,| 201 100/251.
             5 0 2
             , , 3 5 1
                 2 5 1
                 1 0 0
```

Auch hier mußte nach zu dem erſten Reſte 3 herabgeſetzten 5 des Dividendus ein 0 zum Quotienten hinausgeſetzt werden, obſchon 3 größer, als 2 im Diviſor ſcheint, weil der entſtandene Reſt 35 kleiner, als der ganze Diviſor 251 iſt; aber noch weiter das letzte Zahlzeichen des Dividendus 1 hiezu herabgeſetzt, gab einen Reſt von 351, wo hinein 251 wohl dividirt werden konnte, mit einem endlichen Reſte von 100, oder in Bruchsgeſtalt an und nach den Quotienten geſetzt $\frac{100}{251}$.

42 in 84412 dividirt, giebt den Quotienten 2009 $\frac{34}{42}$.

Nämlich 42 |8 4,4,1,2,| 2009 $\frac{34}{42}$.
84
,,412
378
,34

Da hier nach den 2 erſten abgeſchnittenen und dividirten Zahlzeichen kein Reſt blieb, ſo mußte zum weiter Dividiren das nächſtfolgende 4 abgeſchnitten, und rechts an der Stelle, wo der Reſt zu ſtehen gekommen wäre, herabgeſetzt werden; weil aber nicht hinein dividirt werden konnte, ſo kam ein 0 hinter den Quotienten zuſetzen, darauf das nächſtfolgende 1 abzuſchneiden, und auch herabzuſetzen; da wieder nicht in 41 dividirt werden konnte, obſchon hier das 4 eben ſo groß, als das 4 im Diviſor iſt, weil 41 weniger als 42 iſt, ſo mußte wieder ein 0 hinter den Quotienten geſetzt, endlich 2 das letzte Zahlzeichen des Dividendus abgeſchnitten und herabgeſetzt werden, welches zur letzten Diviſion 412 gab, wo hinein 42 dividirt werden konnte mit einem endlichen Bruchsreſte von $\frac{34}{42}$.

24 in 4800824 dividirt, giebt den Quotienten 200034 $\frac{8}{24}$.

Nämlich 24 |4 8,0,0,8 2,4,| 200034 $\frac{8}{24}$.
48 72
,, 104
96
,8

Weil hier nach keinem gebliebenen Reſte von 2 erſten dividirten Zahlzeichen 2 Nullen zudividiren folgten, ſo wurden ſtatt derſelben 2 Nullen in den Quotienten hinausgeſetzt, dann wurde gleichfalls ſtatt des nächſtfolgenden Zahlzeichens 8, ſo weniger für ſich, als der Diviſor 24, bedeutet, ein 0 hinter den Quotienten geſetzt, dazu aber hernach 2 abgeſchnitten gab 24 in 82 zudividiren, wovon der Reſt 10 blieb, hiezu das letzte Zahlzeichen 4 abgeſchnitten und herabgeſetzt, gab 24 in 104 zu dividiren, welches ſich mit dem Bruchsreſte $\frac{8}{24}$ endigte.

Beiſpiele für die fünfte Regel.

322 in 31234 dividirt, giebt den Quotienten 97.

Nämlich 322 | 3 1 2 3,4, | 97.
2 8 9 8
, 2 2 5 4
2 2 5 4
, , , ,

Hier können erſtlich im Dividendus zu Anfangs nicht 3 Zahlzeichen abgeſchnitten werden, weil der Diviſor größer wäre, ſondern es muß hiezu 1 mehr genommen werden, dann läßt ſich nicht 3 in 3 einmal, ſondern 3 in 31 9 mal dividiren, der Reſt 2254 mit endlich abgeſchnittenen und herabgeſetzten 4 des Dividendus giebt 322 in 2254 gerade aus zudividiren, ſo, daß der ganze Quotient 97 iſt.

12 in 1128 dividirt, giebt den Quotienten 94.

Nämlich 12 | 1 1 2,8, | 94.
1 0 8
, , 4 8
4 8
, ,

Weil hier im Dividendus 3 Zahlzeichen abzuſchneiden ſind, um das Dividiren anfangen zu können, ſo kann man hierauf nicht ſprechen: 1 in 1, ſondern 1 in 11 geht 9, auch nicht 10 oder 11 mal. Das letzte Zahlzeichen 8 zu dem Reſte 4 abgeſchnitten und herabgeſetzt, gab 12 in 48 endlich gerade aus zu dividiren.

Beiſpiele für die ſechſte Regel.

18 in 95652 dividirt, giebt den Quotienten 5314.

Nämlich 18 | 9 5,6,5,2, | 5314.
9 0
, 5 6
5 4
, 2 5
1 8
, 7 2
7 2
, ,

Hier kann 1 des Diviſors in die 2 zuerſt abgeſchnittenen Zahlzeichen des Dividendus 95 nicht ſo dividirt werden, daß man ſagt: 1 in 9 geht 9 mal; denn dies 9 als Quotient mit dem ganzen Diviſor 18 im Sinne multiplicirt gäbe das Produkt 162, welches von 95 nicht ſubtrahirt werden könnte, das 1 muß alſo in 9 faſt um die Hälfte geringer, nur 5 mal genommen werden. Desgleichen kann das 1 des Diviſors in die nachfolgenden Reſte 56 — 25 und 72 nicht 5, 2 und 7 mal, ſondern 3, 1 und 4 mal aus gleichem Grunde dividirt werden.

4204 in 33632 dividirt, giebt den Quotienten 8;

und

64 in 576 dividirt, giebt den Quotienten 9.

Nämlich 4204 | 3 3 6 3 2, | 8.
  3 3 6 3 2
  , , , , ,

Hier iſt 4 in 33 mit 8 nicht zu hoch genommen, weil 8 mit 4204 multiplicirt ein gleiches Produkt mit dem ganzen Dividendus giebt,

und 64 | 5 7 6 | 9.
  5 7 6
  , , ,

Hier iſt auch 6 in 57 mit 9 nicht zu hoch genommen, weil auch 9 mit 64 multiplicirt, ein gleiches Produkt mit dem ganzen Dividendus giebt.

68 in 455744 dividirt, giebt den Quotienten $6702\frac{8}{68}$.

Nämlich 68 | 4 5 5,7,4,4, | $6702\frac{8}{68}$.
  4 0 8
  , 4 7 7
  4 7 6
  , , 1 4 4
  1 3 6
  , , 8

Wenn man hier 6 des Diviſors zuerſt in 45 nur 5 mal, dann in 47 nur 6 mal und in 14 nur 1 mal nehmen wollte, ſo entſtünden durch die Multiplication der einzelnen Quotienten mit dem jedesmaligen ganzen Diviſor Produkte, welche abgezogen vom Dividendus immer größere Reſte zurückließen, als der Diviſor ſelbſt wäre. Der Quotient wäre alſo jedesmal zu niedrig, und die ganze Diviſion fehlerhaft geworden.

192 in 68547 dividirt, giebt den Quotienten $3567\frac{3}{192}$.

Nämlich 192 | 6 8 5,4,7, | $357\frac{3}{192}$.
  5 7 6
  1 0 9 4
  9 6 0
  1 3 4 7
  1 3 4 4
  , , , 3

Hier denke man ſich bei dem 3 maligen Dividiren, ſtatt 1 des Diviſors 2, und zwar

a) bei 192 in 685 wird ſtatt 1 in 6 geſprochen 2 in 6, und man bekömmt den richtigen Quotienten 3;

b) bei 192 in 1094 wird auch ſtatt 1 in 10 geſprochen 2 in 10, und man bekömmt gleich den richtigen Quotienten 5. Dieſer Fall gehört zur fünften Regel;

c) bei 192 in 1347 wird auch ſtatt 1 in 13 geſprochen 2 in 13. Da es aber beſſer iſt, den Quotienten eher höher, als

niedriger zu nehmen, ſo kann man hier denken 2 in 14, und man bekömmt den richtigen Quotienten 7. Auf dieſe Art hat man die richtigſten Quotienten 3, 5, 7 mit dem Bruche $\frac{3}{192}$ am geſchwindeſten getroffen.

849 in 24621 dividirt, giebt den Quotienten 29.

Nämlich 849 |2 4 6 2,1,| 29.
1 6 9 8
7 6 4 1
7 6 4 1
, , , ,

Hier denke man ſich beim erſtmaligen Dividiren, wo der Dividendus eine mehrfachere Zahl, als der Diviſor iſt, ſtatt 8 des Diviſors 9 zum Dividiren ſprechend: 9 in 24 geht 2 mal, und man hat gleich den richtigen Quotienten 2. Aus dem Produkte des Quotienten 2 mit dem Diviſor 849 kann man ſchon ſchließen, daß 849 in 7641 8 bis 9 mal zu nehmen ſei, man ſagt alſo: 8 in 76 geht 9 mal, und man hat auch auf dieſe Art die richtigſten Quotienten am geſchwindeſten getroffen.

371 in 3230 dividirt, giebt den Quotienten. $8\frac{262}{371}$.

Nämlich 371 |3 2 3 0,| $8\frac{262}{371}$.
2 9 6 8
, 2 6 2

Hier, wo der Dividendus auch eine mehrfachere Zahl, als der Diviſor iſt, und noch dazu die fünfte Regel eintritt, denke man ſich nur ſtatt 3 des Diviſors 4, und dividire 4 in 32, und man hat auf einmal den richtigen Quotienten 8 mit dem Bruchsreſte $\frac{262}{371}$ getroffen.

Bei 18 |91| $5\frac{1}{16}$. Hier denke man ſich ſtatt 1 in 9 zu dividiren 2 in 10 geht 5 mal.
90
, 1

Bei 18 |110| $6\frac{2}{18}$. : : : : : : : : 1 : 12 : : : 2 : 12 : 6 mal.
108
, , 2

Bei 18 |25| $1\frac{7}{18}$. : : : : : : : : : 1 : 2 : : : 2 : 2 : 1 mal.
18
, 7

Bei 18 |72| 4. Hier denke man ſich ſtatt 1 in 7 zu dividiren 2 in 8 geht 4 mal.
72
,,

Bei 19 |84| $4\frac{8}{19}$. = = = = = = = = 1 = 8 = = = 2 = 8 = 4 mal.
76
,8

Bei 19 |81| $4\frac{5}{19}$. = = = = = = = = 1 = 8 = = = 2 = 8 = 4 mal.
76
5

Bei 19 |56| $2\frac{18}{19}$. = = = = = = = = 1 = 5 = = = 2 = 5 = 2 mal.
38
18

Bei 19 |184| $9\frac{13}{19}$. = = = = = = = = 1 = 18 = = = 2 = 18 = 9 mal.
171
,13

Bei 99 |180| $1\frac{81}{99}$. = = = = = = = = 9 = 18 = = = 1 als Zehn in 1 geht 1 mal.
99
81

Bei 99 |818| $8\frac{26}{99}$. = = = = = = = = 9 = 81 = = = 1 = = = 8 = 8 mal.
792
26

Bei 99 |261| $2\frac{63}{99}$. = = = = = = = = 9 = 26 = = = 1 = = = 2 = 2 mal.
198
63

Bei 288 |1832| $6\frac{104}{288}$. = = = = = = = = 2 = 18 = = = 3 in 18 geht 6 mal, 6 iſt alſo hier auch der richtige Quotient.
1728
,104

Beiſpiele für die ſiebente Regel.

300 in 6300 dividirt, giebt den Quotienten 21.

Nämlich 3øø|63øø|21.

Hier ſind zur Rechten des Diviſors und des Dividendus am Ende beiderſeits 2 Nullen mit Seitenſtrichen durchgeſtrichen, und nach dividirten 3 in 6 und 3 iſt dividirt, weil kein Reſt blieb.

4000 in 84131 dividirt, giebt den Quotienten 21 $\frac{131}{4000}$.

Nämlich 4øøø|8,4,1̸3̸1̸|21 $\frac{131}{4000}$.

Hier ſind zur Rechten des Diviſors am Ende 3 Nullen, und eben ſo viele Zahlzeichen zur Rechten des Dividendus am Ende mit Seitenſtrichen durchgeſtrichen, und da nach dividirten 4 in 8 und 4 auch kein Reſt blieb, ſo war nach geſetzten durchgeſtrichenen Theil des Dividendus unter Bruchsgeſtalt mit dem ganzen Diviſor auch dividirt.

200 in 640 dividirt, giebt den Quotienten 3 $\frac{40}{200}$.

Nämlich 2øø|6,4̸ø|3 $\frac{40}{200}$.

Hier ſind zur Rechten des Diviſors am Ende 2 Nullen, und zur Rechten des Dividendus am Ende auch eben ſo viele Zahlzeichen, das 0 als ein ſolches auch mitzurechnen, mit Seitenſtrichen durchgeſtrichen, und nach ohne Reſt ausdividirten 2 in 6, und angeſetzten durchgeſtrichenen Theil des Dividendus unter erſt angegebener Bruchsgeſtalt iſt ſchon dividirt.

60 in 494 dividirt, giebt den Quotienten 8 $\frac{14}{60}$.

Nämlich 6ø|49,4̸|8 $\frac{14}{60}$.
48
—
1

Weil hier zur Rechten am Ende des Diviſors ein 0 iſt, ſo muß auch zur Rechten des Dividendus am Ende ein Zahlzeichen durchgeſtrichen werden, und da von der Diviſion der Reſt 1 bleibt, ſo muß ſolchem der durchgeſtrichene Theil des Dividendus beigeſetzt, und beides zuſammen unter bereits bekannter Bruchsgeſtalt hinter den Quotienten angehängt werden.

60 in 250 dividirt, giebt den Quotienten 4 $\frac{10}{60}$.

Nämlich 6ø|25,ø|4 $\frac{10}{60}$.
24
,1

Nach hier zur Rechten des Diviſors und Dividendus am Ende durchgeſtrichenen 0 bleibt von der Diviſion der Reſt 1, welchem wieder das durchgeſtrichene 0 des Dividendus beizuſetzen, und beides unter nunmehr bekannter Bruchsgeſtalt zuſammen hinter den Quotienten anzuhängen war.

Beiſpiele für die achte Regel.

405 in 18225 dividirt, giebt den Quotienten 45.

Nämlich 405|1821,5,|45.
1620
,2025
2025
,,,,

Hier geſchieht die Diviſion ganz nach den bisherigen Regeln. Das 0 in der zwiſchen des Diviſors verändert Nichts. Der jedesmalige Quotient wird nur nach der in §. 30 gegebenen fünften Regel mit dem ganzen Diviſor alſo multiplicirt, daß das zehnfache Produkt bei 0 gleich ganz auszuſchreiben iſt.

Beiſpiele für die neunte Regel.

10 in 357 dividirt, giebt den Quotienten 35 $\frac{7}{10}$.

Nämlich 1ø|35,7̸|35 $\frac{7}{10}$.

Weil hier der Diviſor 1 mit einem 0 iſt, ſo muß dieſes Null mit einem Zahlzeichen des Dividendus zur Rechten am Ende durchgeſtrichen werden. Das durchgeſtrichene Zahlzeichen wird dann nur dem nicht durchgeſtrichen Theile des Dividendus unter Bruchsgeſtalt angehängt, ſo iſt die Diviſion geſchehen.

100 in 2834 dividirt, giebt den Quotienten 28 $\frac{34}{100}$.

Nämlich 1øø|28,3̸4̸|28 $\frac{34}{100}$.

Hier ſind wegen 2 geſtrichenen Nullen des Diviſors die deßwegen auch 2 geſtrichenen Zahlzeichen des Dividendus dem ungeſtrichenen Theile deſſelben nur unter Bruchsgeſtalt anzuhängen geweſen, und es iſt dividirt.

1øøø|89,øøø|89. Hier iſt nach 3 geſtrichenen Nullen des Diviſors und Dividendus kurz dividirt worden. Der ungeſtrichene Theil des Dividendus wurde der Quotient. —

$1øøøø|1234,5̸6̸øø|1234\,\frac{5600}{10000}$. Hier iſt nach 4 geſtrichenen Nullen des Diviſors, und eben ſo vielen Zahlzeichen des Dividendus, 2 Nullen als ſolche auch mitzurechnen, gleichfalls kurz dividirt worden. Nur mußte zuletzt der geſtrichene Theil des Dividendus, weil er nebſt eigentlichen Zahlzeichen auch Nullen bei ſich hat, mit dem ganzen Diviſor dem ungeſtrichenen Theile des Dividendus unter Bruchsgeſtalt nach= und angeſetzt werden.

§. 37.

Beſondere Diviſionsvortheile zum Behufe des geſchwinden Dividirens.

Die Hauptvortheile zum geſchwinden Verfahren beim Dividiren ſind auch bereits ſchon mit den Diviſionsregeln gegeben. Eine fleißige Übung in denſelben kann und muß die ſicherſte Fertigkeit bringen. Noch zu einem Hauptvortheile wäre zu rechnen, daß man ſich aus dem großen Einmal=Eins wenigſtens die Produkte der bei Diviſionen häufig vorkommenden Zahlen, 12, 15, 16, 24, tief ſeinem Gedächtniſſe einprägte, z. B. daß

12 in 24 enthalten ſei 2 mal.
15 = 30 = = = 2 mal.
16 = 32 = = = 2 mal.
24 = 48 = = = 2 mal ꝛc.

Die beſondern Vortheile, welche wir in Beziehung auf §. 20 noch zu geben haben, und unſerm Verſprechen gemäß hier ausführlich nachfolgen laſſen, weil ſie in der Folge, beſonders bei den gebrochenen Zahlen, ſehr wichtig, und faſt ſo nothwendig, als das Einmal=Eins ſelbſt ſind, beſtehen in verſchiedenen Verkleinerungen zweier in einander zu dividirenden Zahlen. Es trägt nämlich zur beſondern Erleichterung des geſchwinden Rechnens bei Diviſionen (Theilungen) zweier, beſonders großer Zahlen in einander ſehr viel bei, wenn dieſelbe vorher verkleinert (gehoben), in Anſatz gebracht werden können.

14

Eine Zahl verkleinern, heben, heißt ſtatt derſelben die möglichſt kleinſte Zahl ſetzen. Da aber nach der Algebra, welche für die Erfinderin der Rechnungsregeln gehalten wird, nur Gleiches für Gleiches geſetzt werden darf, ſo können die 2 Zahlen, welche man algebraiſch richtig verkleinern, heben will, keine andere als folgende ſeyn:

1) Zwei gleiche Zahlen z. B. 1 und 1 — 2 und 2 — 3 und 3 ꝛc. — 12 und 12 ꝛc. — 17 und 17 ꝛc. — 20 und 20 ꝛc. ꝛc. Dieſe und dergleichen Zahlen nur in die Stammzahl 1 gleich aus theilbar, weil eine derſelben in der andern nur 1 mal gerade aus enthalten iſt, können und dürfen zu 1 verkleinert, gehoben, angeſetzt werden, d. h. ſtatt 1 und 1 kann und darf man nur ein 1; ſtatt 2 und 2 nur 1; ſtatt 3 und 3 nur 1 ꝛc. ſetzen. Hier gielt der algebraiſch richtige Satz: Wenn man Gleiches von Gleichem nimmt, ſo bleibt die Gleichheit. Gleiches theilt ſich nämlich in Gleiches, daher iſt in dieſem Falle auch eine eigentliche Diviſion unnöthig: die Theilung macht ſich ſelbſt.

2) Zwei gerade, oder ungerade Zahlen, wovon jedoch die kleinere, als eine gleiche Zahl ſich in die Stammzahl 1 ſelbſt gleich austheilend oder auflößend die größere, in 2 oder 3 oder 4 ꝛc. ꝛc. gleiche Zahlen theilt, alſo jene in dieſer 2 oder 3 oder 4 mal ꝛc. gerade enthalten iſt. In dieſem Falle darf auch für die kleinere Zahl 1 und für die größere nach beſagtem Enthaltenſeyn 2, oder 3 oder 4 ꝛc. geſetzt werden. Auch hier gielt der erſt Nro. 1 angeführte algebraiſch richtige Satz, z. B.

Statt 2 und 4 darf geſetzt werden 1 und 2, weil 2 in 4 enthalten iſt 2 mal, oder weil 2 theilt 4 in 2 und 2. Bei 2 ſagt man: 2 in 2 geht 1 mal, und 2 in 4 geht 2 mal.

Statt 2 und 6 darf geſetzt werden 1 und 3, weil 2 in 6 enthalten iſt 3 mal, oder 2 theilt 6 in 2 und 2 und 2.

Alſo ferner:

Statt 2 und 8 darf geſetzt werden 1 und 4.

Statt	4	und	8	darf	geſetzt	werden			1	und	2.	
=	2	=	10	=	=	=	=	=	1	=	5.	
=	3	=	9	=	=	=	=	=	1	=	3.	
=	5	=	25	=	=	=	=	=	1	=	5.	
=	7	=	49	=	=	=	=	=	1	=	7.	
=	11	=	22	=	=	=	=	=	1	=	2.	
=	6	=	48	=	=	=	=	=	1	=	8.	
=	9	=	81	=	=	=	=	=	1	=	9.	
=	8	=	48	=	=	=	=	=	1	=	6.	
=	13	=	26	=	=	=	=	=	1	=	2	ꝛc.

3) Zwei gerade, oder ungerade Zahlen, wovon jede durch eine und die nämliche dritte Zahl, jedoch die Stammzahl 1 ausgenommen, in 2 oder 3 oder 4 ꝛc. gleiche Zahlen getheilt werden kann, alſo eine dritte Zahl in jeder der 2 Zahlen, 2 oder 3 oder 4 mal ꝛc. gerade aus enthalten iſt. Auch in dieſem Falle darf für jede der 2 Zahlen nach gleichmaligen Enthaltenſeyn 2 oder 3 oder 4 geſetzt werden, und da durch das Verkleinern, Heben, die möglichſt kleinſte Zahl erzielt werden ſoll, ſo kann und darf ſolches nach den ad 1, 2 und 3 einſchläglichen Fällen ſo lange fortgeſetzt werden, bis bei den 2 Zahlen beiderſeits die kleinſte Zahl erzielt iſt, weil immer auf dieſe Art nur Gleiches für Gleiches geſetzt wird. Hier gielt der algebraiſch richtige Satz: Wenn 2 gleiche Größen durch eine und die nämliche dritte dividirt werden, ſo entſtehen gleiche Quotienten, z. B.

4 und 8 durch 2 getheilt giebt 2 und 4 ſtatt 4 und 8 zu ſetzen; denn 2 theilt 4 in 2 mal 2 und 8 in 4 mal 2, oder 2 iſt in 4 enthalten 2 mal, und in 8 enthalten 4 mal. Wenn man hierauf

2 und 4 nach Nro. 2 zu 1 und 2 weiter verkleinert, ſo hat man 4 und 8 beiderſeits in die kleinſte Zahlen 1 und 2 nach und nach gebracht. Noch geſchwinder wären

4 und 8 nach Nro. 2 durch 4 getheilt gleich auf 1 und 2 gebracht worden. Man darf alſo, wenn man einmal ſich eine Fertigkeit im Verkleinern erworben hat, nur überlegen, ob man nach Nro. 1, 2 oder 3 am geſchwindeſten zum Ziele komme.

Nachſtehende Beiſpiele mögen zur Übung dienen.

6 und 36 durch 2 getheilt, oder verkleinert, giebt 3 und 18.
3 = 18 = 3 = = = = = = = = = = 1 = 6.
6 = 36 = 6 gleich getheilt, oder = = = = 1 = 6.
10 = 18 = 2 getheilt, oder verkleinert, = = 5 = 9 nicht weiter verkleinbar.
9 = 30 = 3 auch nur einmal verkleinbar zu 3 = 10.
11 = 44 = 11 = = = = = = = = = = 1 = 4.
18 = 60 = 2 verkleinert, giebt 9 und 30.
9 = 30 = 3 wie erſt gezeigt, giebt 3 und 10.
18 = 60 = 6 gleich getheilt, = = 3 = 10 am geſchwindeſten.
18 = 63 = 9 getheilt, giebt 2 und 7.

Die Zahl, mit welcher man nach Nro. 2 und 3 zwei in einander zu dividirende Zahlen gerade aus dividiren, verkleinern, heben kann, heißt Verkleinerungszahl oder kurz: Hebezahl. Sind die 2 in einander zu dividirenden Zahlen einfache Zahlen, oder beſteht wenigſtens eine davon nicht aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen, ſo fällt die Hebezahl leicht und bald ein, wenn man nur das kleine Einmal-Eins geläufig im Kopfe hat, noch mehr jedoch, wenn man auch im großen Einmal-Eins ſtark geübt iſt. Beſtehen aber die 2 in einander zu dividirenden Zahlen aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen, oder iſt nur davon die eine mit mehrern als 2 oder 3 Zahlzeichen ausgedrückt, und gleichwohl die andere einfach, ſo weiß man, verlaſſen von dem Einmal-Eins, die Hebezahl oft nicht gleich, und da gar nicht zu finden, wenn ſehr große mehrfache Zahlen vorkommen. Zur leichten und ſichern Auffindung der Hebezahl auch in dergleichen Fällen lehrt die Praxis gewiſſe Regeln, welche in folgenden §. gegeben werden.

§. 38.

Verſchiedene practiſche Regeln zur leichten und ſichern Auffindung der Verkleinerungs= oder Hebezahl.

I. Regel.

2 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen Rechts am Ende mit den Zahlzeichen 2, 4, 6, 8, ausgedrückt ſind, oder nur eine davon Rechts am Ende ein oder mehrere 0 hat, die andere aber nicht, ſondern eines der erſtgeſagten Zahlzeichen. Solche Zahlen bedeuten gerade Zahlen, worunter auch die runden Zahlen gehören, welche am Ende mit einem oder mehreren Nullen ſich endigen, z. B.

2	und	88	verkleinern ſich durch 2 zu	1	und	44,	weil 2 nach §. 37 Nro. 2 ſich durch ſich ſelbſt auflößt, auch 2 in 88 gerade aus ſich dividiren läßt.
12	=	14	= = =	6	=	7.	
46	=	92	= = =	23	=	46,	oder 23 und 46 nach Nro. 2 §. 37 gleich zu 1 und 2, weil 2 mal 23 iſt 46.
32	=	48	= = =	16	=	24	
16	=	24	= = =	8	=	12	nach Nro. 3 §. 37 fortgeſetzt.
8	=	12	= = =	4	=	6	
4	=	6	= = =	2	=	3	
424	=	626	= = =	212	=	313.	
10	=	18	= = =	5	=	9.	
24	=	30	= = =	12	=	15.	
56	=	2500	= = =	28	=	1250	nach Nro. 3 §. 37 fortgeſetzt.
28	=	1250	= = =	14	=	625	
560	=	7428	= = =	280	=	3714	nach ditto.
280	=	3714	= = =	140	=	1857	

II. Regel.

3 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen ſich mit 3 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder wenn eine oder jede derſelben als mehrfache Zahl, ohne auf die Stufenweißſteigende Bedeutung der Zahlen in ihrer Setzung zu ſehen, eine Summe betragen, welche ſich mit 3 gerade austheilen läßt, eine derſelben kann ſich auch dabei mit einem oder mehreren Nullen rechts am Ende endigen, z. B.

3 und 123 verkleinern ſich durch 3 zu 1 und 41. Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 3 in 3 durch ſich ſelbſt auflößt und 1, 2, 3 in Summa 6 betragen, welches mit 3 ſich gerade aus dividirt, ſo kann beiderſeits mit 3 verkleinert werden.

So iſt es auch in folgenden Beiſpielen.

6	und	87	verkleinern	ſich	durch	3 zu	2	und	29.
9	=	33	=	=	=	=	3	=	11.
33	=	63	=	=	=	=	11	=	21.
687	=	4569	=	=	=	=	229	=	1523.
12345	=	73677	=	=	=	=	4115	=	24559.
6	=	105	=	=	=	=	2	=	35.
3411	=	5454	=	=	=	=	1137	=	1818.
4569	=	12345	=	=	=	=	1523	=	4115.
33	=	60	=	=	=	=	11	=	20.
90	=	333	=	=	=	=	30	=	111.
21	=	30	=	=	=	=	7	=	10.
123	=	68700	=	=	=	=	41	=	22900.
15	=	39	=	=	=	=	5	=	13.

III. Regel.

4 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen ſich mit 4 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder wenn eine oder jede derſelben, als mehrfache Zahl, rechts am Ende 2 Zahlzeichen hat, welche ſich durch 4 gerade aus theilen laſſen. Auch kann dabei eine derſelben ſich Rechts mit einem, oder mehreren Nullen endigen, z. B.

4 und 248 verkleinern ſich durch 4 zu 1 und 62. Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 4 in 4 durch ſich ſelbſt auflößt, und 4 in 48 als die 2 Endeszahlzeichen der zweiten Zahl ſich gerade aus dividirt, ſo kann beiderſeits mit 4 verkleinert werden.

So iſt es auch in folgenden Beiſpielen.

24	und	268	verkleinern ſich	durch	4 zu	6	und	67.	
32	=	652	=	=	=	8	=	163.	
248	=	652	=	=	=	62	=	163.	
3404	=	4888	=	=	=	851	=	1222.	
3769	=	7932	=	=	=	949	=	1983.	
36	=	120	=	=	=	9	=	30	und 9 und 30 nach der II. Regel mit 3 weiter verkleinert giebt 3 und 10 dafür.
40	=	88	=	=	=	10	=	22	und 10 und 22 nach der I. Regel mit 2 weiter verkleinert giebt 5 und 11.
3124	=	3516	=	=	=	781	=	879.	
1308	=	317500	=	=	=	327	=	79375.	

IV. Regel.

5 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen ſich mit 5 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder, wenn jede derſelben Rechts am Ende 5, oder nur eine 5 und die andere ein oder mehrere Nullen hat, z. B.

5 und 55 verkleinern ſich durch 5 zu 1 und 11. Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 5 in 5 durch ſich ſelbſt auflößt, und 5 in 55 ſich gerade aus wegen des 5 am Ende dividiren läßt.

55	und	85	verkleinern ſich	durch	5 zu	11	und	17.
20	=	75	=	=	=	4	=	15.
25	=	30	=	=	=	5	=	6.
120	=	435	=	=	=	24	=	87.
205	=	365	=	=	=	41	=	73.
2385	=	3460	=	=	=	477	=	692.
15	=	6500	=	=	=	3	=	1300.

V. Regel.

6 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen ſich mit 6 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder wenn jede derſelben als mehrfache Zahl eine ſolche gerade Zahl iſt, welche ſich nach obiger II. Regel ſchon mit 3 gerade aus theilen läßt. In dieſem Falle läßt ſich mit 6 auch noch geſchwinder, als mit 3 verkleinern, z. B.

6 und 66 verkleinern ſich durch 6 zu 1 und 11. Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 6 in 6 durch ſich ſelbſt auflößt, und 6 in 66 als gerade Zahl ſich gerade aus theilt.

6 und 69 laſſen ſich nicht ſo mit 6 verkleinern, weil 69 nicht auch, wie 6, eine gerade Zahl iſt. 6 und 69 müſſen nach obiger II. Regel mit 3 zu 2 und 23 verkleinert werden.

Ferner laſſen ſich verkleinern

12	und	846	durch 6 zu	2	und	141.	
36	=	102	= = = =	6	=	17.	
6	=	456	= = = =	1	=	76.	
48	=	102	= = = =	8	=	17.	
120	=	456	= = = =	20	=	76.	— 20 und 76 nach der III. Regel mit 4 weiter verkleinert, werden 5 und 19.
12	=	1500	= = = =	2	=	250.	— 2 und 250 nach der I. Regel weiter mit 2 verkleinert, werden 1 und 125.
443460	=	481062	= = =	73910	=	80177.	

VI. Regel.

7 läßt ſich als Hebezahl nur da leicht erkennen, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen ſich mit 7 ſchon an und für ſich, oder nach dem Einmal=Eins gerade aus theilen laſſen, z. B. ſo verkleinern ſich

7	und	777	durch 7 zu	1	und	111.	Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 7 in 7 durch ſich ſelbſt in 1 auflößt, und 7 in 777 enthalten iſt 111 mal.
21	=	28	= = =	3	=	4.	Denn 3 mal 7 iſt 21, und 4 mal 7 iſt 28.
35	=	84	= = =	5	=	12.	Denn 5 mal 7 iſt 35, und 12 mal 7 iſt 84.

VII. Regel.

8 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlen ſich mit 8 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder ſo große mehrfache Zahlen vorkommen, deren 3 letzte Zahlzeichen von linker zur rechten Hand ſich mit 8 gerade aus theilen laſſen. Auch kann dabei eine derſelben ſich Rechts mit einem oder mehreren Nullen endigen, z. B.

8	und	64	verkleinern ſich durch 8 zu	1	und	8,	weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 8 in 8 durch ſich ſelbſt in 1 auflöſt, und 8 in 64 ſich gerade aus dividirt.
64	=	9848	= = = =	8	=	1231.	
72	=	9968	= = = =	9	=	1246.	
280	=	848	= = = =	35	=	106.	
2496	=	7240	= = = =	312	=	905.	
7328	=	913600	= = = =	916	=	114200.	916 und 114200 nach III. Regel weiter mit 4 verkleinert, werden 229 und 28550.

VIII. Regel.

9 iſt die Hebezahl, wenn die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen ſich mit 9 ſchon an und für ſich gerade aus theilen laſſen, oder wenn eine oder jede derſelben als mehrfache Zahl nach obiger II. Regel eine Querſumme beträgt, welche ſich mit 9 gerade aus theilen läßt. Eine derſelben kann ſich auch dabei Rechts mit einem oder mehreren Nullen endigen; z. B. ſo verkleinern ſich

9	und	99	durch 9 zu	1	und	11.	Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 9 in 9 durch ſich ſelbſt in 1 auflöſt, und 9 in 99 gerade aus dividirt werden kann.
36	=	108	= = = =	4	=	12.	4 und 12 nach III. Regel verkleinert ſich durch 4 weiter zu 1 und 3.
135	=	567	= = =	15	=	63.	15 und 63 nach II. Regel verkleinert ſich weiter durch 3 zu 5 und 21.

54	und	603	durch 9 zu	6	und	67.			
63	=	135	= = =	7	=	15.			
27	=	90	= = =	3	=	10.			
216	=	65700	= = =	24	=	7300.	24 und 7300 nach III. Regel verkleinert ſich weiter mit 4 zu 6 und 1825.		
8910603	=	9801216	= = =	990067	=	1089024.			

IX. Regel.

10 iſt die Hebezahl, wenn jede der in einander zu dividirenden Zahlen ſich Rechts mit einem oder mehreren Nullen endiget, bei welchem nach der 7ten und 9ten Diviſionsregel §. 36 am geſchwindeſten mit Durchſtreichung beiderfeits gleich vieler Nullen verkleinert wird. Iſt aber der nicht durchgeſtrichene Theil nach einer der vorher gegebenen 8 Regeln noch weiter zu verkleinern, ſo muß es ſo lange nach denſelben geſchehen, als es möglich iſt, um die möglichſt kleinſten Zahlen zu erhalten, z. B.

10	und	20	geſtrichen alſo	1ϕ	und	2ϕ	verkleinern ſich zu	1	und	2.
10	=	200	= =	1ϕ	=	2ϕϕ	= =	1	=	20.
50	=	70	= =	5ϕ	=	7ϕ	= =	5	=	7.
10	=	1000	= =	1ϕ	=	100ϕ	= =	1	=	100.
300	=	400	= =	3ϕϕ	=	4ϕϕ	= =	3	=	4 ꝛc.

Geſtrichen verkleinern ſich:

2ϕϕ	und	20ϕϕ	zu	2	und	20.	2 und 20 nach I. Regel mit 2 weiter verkleinert, geben 1 und 10.
3ϕ	=	9ϕϕ	=	3	=	90.	3 und 90 nach II. Regel mit 3 weiter verkleinert, geben 1 und 30.
21ϕ	=	24ϕ	=	21	=	24.	21 und 24 auch nach II. Regel mit 3 weiter verkleinert, geben 7 und 8.
30ϕ	=	75ϕ	=	30	=	75.	30 und 75 nach IV. Regel mit 5 weiter verkleinert, geben 6 und 15; dieſe mit 3 nach II. Regel weiter verkleinert, geben 2 und 5.
40ϕ	=	178ϕ	=	40	=	178.	40 und 178 nach I. Regel mit 2 weiter verkleinert, geben 20 und 89.
6ϕ	=	666ϕ	=	6	=	666.	6 und 666 nach V. Regel weiter mit 6 verkleinert, geben 1 und 111.
8ϕϕ	=	16ϕϕ	=	8	=	16.	8 und 16 nach III. Regel weiter mit 4 verkleinert, geben 2 und 4, oder gleich nach VII. Regel mit 8 verkleinert, geben 1 und 2.

36ϕϕϕ und 90ϕϕϕ zu 36 und 90.	36 und 90 nach V. Regel mit 6 weiter verkleinert, geben 6 und 15, oder gleich mit 9 nach VIII. Regel verkleinert, geben 4 und 10. Dieſe nach I. Regel weiter verkleinert mit 2 geben 2 und 5.
13ϕϕ = 14ϕϕ = 13 = 14.	Dieſe laſſen ſich nicht weiter verkleinern.

X. Regel.

Höhere Hebezahlen, als 10, z. B. 11 bis 30, können nur da zur Erleichterung und Beſchleunigung der Diviſion mit Vortheil gebraucht werden, wenn dieſelbe wie das einfache 7 nach VI. Regel aus dem großen Einmal-Eins leicht einfallen, und dabei die 2 in einander zu dividirenden Zahlzeichen ſich oft gleichſam für ſich ohne eine dritte gerade aus dividiren. Iſt dieſes nicht, und ſind beſonders große, aus mehreren, als 2 oder 3 Zahlzeichen beſtehende Zahlen zu dividiren, bei welchen keine der bisher gegebenen Regeln zur Verkleinerung anſchlagen will, ſo iſt es für den, welcher ſich eine Fertigkeit nach gedachten Regeln zu verkleinern erworben hat, beſſer, wenn er gleich das Verkleinern ganz aufgiebt, und nur nach den Diviſionsregeln verfährt. Sonſt verliert er mehr Zeit beim Verkleinern, als zur ordinären Diviſion zu verwenden wäre. Nur bei ſehr großen gebrochenen Zahlen (Brüchen) welche unter der kleinſten Geſtalt mehr verſtändlich zu machen ſind, lohnt es die Mühe, die Hebezahl auf eine mühſame Art, wenn auch da keine der bisher gegebenen Regeln ſich anwenden läßt, zu ſuchen. Hiezu giebt es eine allgemeine Regel, welche am gehörigen Orte, bei der Lehre von den Brüchen gegeben werden ſoll. Daher hier nur noch einige Beiſpiele, wo ſich zur Erfindung der Hebezahl mit 2 Zahlzeichen, das große Einmal-Eins anwenden läßt, als

11 und 99 verkleinern ſich durch 11 zu 1 und 9.	Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 11 in 11 durch ſich in 1 auflößt, und 11 mal 9 iſt 99.
11 = 44 = = = 1 = 4.	Nach eben dem §. und weil 4 mal 11 iſt 44.
22 = 55 = = = 2 = 5.	Weil 2 mal 11 iſt 22 und 5 mal 11 iſt 55.
33 = 88 = = = 3 = 8.	Weil 3 mal 11 iſt 33 und 8 mal 11 iſt 88.

12 und 60 verkleinern ſich durch 12 zu 1 und 5.	Weil nach §. 37 Nro. 2 ſich 12 in 12 durch ſich ſelbſt in 1 auflößt, denn 1 mal 12 iſt 12, und 5 mal 12 iſt 60.
13 = 39 = = = 13 = 1 = 3.	Weil 13 in 13 ſich in 1 auflößt, und 3 mal 13 iſt 39.
17 = 34 = = = 17 = 1 = 2.	Weil 17 in 17 ſich in 1 auflößt, und 2 mal 17 iſt 34.
87 = 174 = = = 29 = 3 = 6.	Weil 3 mal 29 iſt 87, und 6 mal 29 iſt 174; oder gleich nach §. 37 Nro. 2, weil 87 ſich durch ſich ſelbſt in 1 auflößt, und 2 mal 87 iſt 174, verkleinert man 87 und 174 mit 87 zu 1 und 2.
38 = 57 = = = 19 = 2 = 3.	Weil 2 mal 19 iſt 38, und 3 mal 19 iſt 57.
46 = 115 = = = 23 = 2 = 5.	Weil 2 mal 23 iſt 46, und 5 mal 23 iſt 115.
44 = 66 = = = 22 = 2 = 3.	Weil 2 mal 22 iſt 44, und 3 mal 22 iſt 66.
27 = 81 = = = 27 = 1 = 3.	Weil 27 ſich durch ſich ſelbſt in 1 auflößt, und 3 mal 27 iſt 81.

§. 39.

Vortheilhafte Anwendungsmethode der Verkleinerungsregeln bei der Diviſion ganzer Zahlen in einander.

In vorhergehenden §. §. 37 und 38 haben wir gelehrt, welche 2 ganze Zahlen, und wie ſolche leicht und richtig verkleinert werden können. Nun wollen wir aber auch zeigen, welcher Vortheil daraus zur Erleichterung und Beförderung der Diviſion entſpringe, dann, was man bei der richtigen Anwendung der Verkleinerungsregeln noch beſonders zu beobachten habe.

A. Der Vortheil iſt dieſer:

Das regelmäßige Verkleinern, welches auf die leichteſte Art, größtentheils durch die Diviſion mit einfachen Diviſoren geſchieht, und daher in der Geſchwindigkeit einigemalen, da, wo es zu machen iſt, nach einander geſchehen kann, bringt ihrem Zwecke gemäß 2 große Zahlen zu die möglichſt kleinſten. Dadurch entſteht oft, daß der Diviſor bis zu 1 erniedrigt wird, wo eine weitere Diviſion gleich auf der Stelle nach den Diviſionsregeln aufhört, und wenn dieſes nicht iſt, ſo werden doch wenigſtens der Diviſor und Dividendus in der Geſchwindigkeit ſo erniedrigt, daß ſie bei der endlichen Diviſion, wo nicht beyde, doch gewöhnlich eine, der Diviſor, nur aus 1 Zahlzeichen beſtehen. Da iſt dann gleich aus dividirt. Der Nebenerleichterungen, daß man hiebei des mühesamen Multiplicirens und Subtrahirens nach den Diviſionsregeln, beſonders bei den mehrfachen Zahlen faſt ganz überhoben bleibe, und man gewöhnlich mit einem einfachen Diviſor verfährt, und nur darauf hauptſächlich zu ſehen hat, daß beyderſeits beim Verkleinern gerade aus dividirt werde, wollen wir gar nicht gedenken. Dieſer Vortheil wird noch größer, wenn in Proportionsrechnungen, welche unten am gehörigen Orte gelehrt werden, bei zuſammengeſetzten Verhältniſſen viele Zahlen auf der einen Seite zu einen Hauptdiviſor, und auf der andern Seite zu einem Haupt-Dividendus durch die Multiplication zu machen ſind. Durch die regelmäßig angewandte Verkleinerungen entſteht hier auch, daß beiderſeits die Zahlen, wo nicht gar auf eine Zahl, doch oft auf 2 Zahlen in der Geſchwindigkeit herabgebracht werden, welche hernach leicht beiderſeits geſöndert, zur Diviſion durch die Multiplication in ein Produkt gebracht, oder wenn ſie einzelne Zahlen ſind, gleich in einander dividirt werden können. Mit der gewöhnlichen Multiplication und Diviſion könnte man ein ſolches ohne viele Mühe und Zeitaufwand, nicht zu Stande bringen.

B. Um eine Verkleinerung zweier in einander zu dividirenden Zahlen, da, wo, und ſo oft es ſeyn kann, nicht nur regelmäßig, ſondern auch gehörig jedesmal zu treffen, hat man noch beſonders folgendes zu beobachten:

1) Da das Verkleinern ſelbſt nur durch die Diviſion geſchieht, ſo erhalten die 2 in einander zu dividirenden Zahlen faſt eben den Anſatz, welcher bei den Diviſionsregeln gelehrt wurde. Der kleine Unterſchied

im Anſatze iſt der, daß man hier nur einen geraden Strich abwärts führt, welchem auch zur Linken der Diviſor, und zur Rechten in gerader Linie der Dividendus geſetzt wird. Um Raum zum Anſatze der aus der Verkleinerung entſtehenden neuen Zahlen zu gewinnen, wird der gerade Strich etwas länger gezogen. Endlich nach gemachter Verkleinerung wird gerade unter den Zahlen eine Querlinie wie bei der Addition und Subtraction geführt. Löſt ſich die Diviſion durch die Verkleinerung von ſelbſt auf, ſo wird der aus der Verkleinerung reſultirte Quotient unter die Querline dem Dividendus gerade herabgeſetzt, und es iſt dividirt. Bleiben aber beiderſeits Zahlen, welche ſich nicht weiter verkleinern laſſen, ſo wird der gerade Strich durch die Querline weiter herabgezogen, und zu demſelben die beiderſeits gebliebene Zahl in ihrer Stellung Rechts und Links zum Ausdividiren nach den gewöhnlichen Regeln herabgeſetzt.

2) Beim Verkleinern wird mit der guten Ordnung alſo verfahren: Vor allen ſieht man darauf, ob der Diviſor und Dividendus am Ende Rechts keine Nullen haben, welche nach IX. Verkleinerungsregel beiderſeits gleich durchzuſtreichen ſind, dann betrachtet man den Diviſor und Dividendus gegen einander: Sind dieſe gleiche Zahlen, ſo werden ſolche auch nur durchgeſtrichen, und ſtatt derſelben 1 geſetzt, und da 1 nichts dividirt, ſo iſt in einem ſolchen Falle immer 1 der Quotient, daher damit auch gleich dividirt. Sind ſie aber ungleiche Zahlen, ſo ſucht man nach den Verkleinerungsregeln gleich die ſchicklichſte größte Hebezahl zu treffen, weil dieſe die kleinſten Quotienten giebt, und die Diviſion am erſten vollendet. Mit der Hebezahl dividirt man den Diviſor und Dividendus, und ſetzt nach Durchſtreichung derſelben, die beiderſeitigen Quotienten gerade darunter. Laſſen ſich dieſe weiter verkleinern, ſo verfährt man mit einer neuen Hebezahl eben ſo weiter, als wenn ein neuer Diviſor und Dividendus entſtanden wäre. Nur dann, wenn keine weitere Verkleinerung mehr möglich iſt, werden ſie, wie ad 1 erklärt wurde, zum endlichen Dividiren herabgeſchrieben. Iſt oder wird erſt in der Folge beim Verkleinern der Diviſor ſelbſt die Hebezahl, ſo kömmt der aus dieſer Verkleinerung entſtehende

Quotient auch gleich herab, und es iſt dividirt, weil ſtatt des Diviſors nur 1 zu ſetzen wäre, welches Nichts dividirt. Die Anwendung lerne man aus folgenden Beiſpielen.

240 in 240 dividirt, giebt den Quotienten 1.

Nämlich 240 | 240
, 1 Quotient.

Hier wurde nach der IX. Verkleinerungsregel zuerſt ein 0 im Diviſor und ein 0 im Dividendus geſtrichen. Es bleiben beiderſeits 24, alſo gleiche Zahlen, welche den Quotienten 1 geben.

240 in 2400 dividirt, giebt den Quotienten 10.

Nämlich 240 | 2400
1 | 10
, 10 Quotient.

Hier bleiben nach beiderſeits gleichviel geſtrichenen Nullen 24 und 240, alſo ungleiche Zahlen in einander zu dividiren, da hier 24, alſo der Diviſor ſelbſt die größte Hebezahl nach X. Verkleinerungsregel iſt, 10 mal 24 iſt 240, ſo iſt 10 der Quotient. Eigentlich ſpricht man, 24 in 24 geht 1 mal, weil 1 mal 24 iſt 24. Dann 24 in 24 geht 1 mal, und in 0 Nullmal, weil 10 mal 24 iſt 240. Da 1 Nichts dividirt, ſo bleibt 10 der Quotient.

25 in 55005 dividirt, giebt den Quotienten $2200\frac{1}{2}$.

Nämlich 25 | 55005
5 | 11001
5 | 11001 | $2200\frac{1}{2}$ Quotient.

Hier iſt 5 die Hebezahl nach IV. Verkleinerungsregel, weil es 25 und 55005 gerade aus dividirt, und die Quotienten 5 und 11001 giebt, welche ſich nicht weiter verkleinern laſſen, daher zum endlichen Dividiren nach gewöhnlicher Art herabgeſetzt wurden.

24 in 490104 dividirt, giebt den Quotienten 20421.

Nämlich 24 | 490104
3 | 61263
1 | 20421
, | 20421 Quotient.

Hier iſt 8 die Hebezahl nach VII. Verkleinerungsregel. Es entſtehen die Quotienten 3 und 61263, welche ſich nach II. Verkleinerungsregel mit 3 zu 1 und 20421 weiter verkleinern. Da das letztemal 3 als der Diviſor die Hebezahl ſelbſt war, ſo iſt der Quotient, welchen 3 in 61263 dividirt gab, der letzte richtig geſuchte, nämlich 20421, ſo gleich herabgeſchrieben wurde.

18 in 95652 dividirt, giebt den Quotienten 5314.

```
Nämlich 18 | 95652
         2 | 10628
         1 |  5314
        ---------
         , |  5314 Quotient.
```

Hier iſt 9 die Hebezahl nach VIII. Verkleinerungsregel. Es entſtehen die Quotienten 2 und 10628, welche mit 2 nach I. Verkleinerungsregel auf 1 und 5314 gebracht worden, woraus der letzte richtige Quotient aus erſt angeführtem Grunde zum Herabſchreiben entſtand.

32 in 652 dividirt, giebt den Quotienten $20\frac{3}{8}$.

```
Nämlich 32 | 652
         8 | 163
        ---------
         8 | 163 | 20 3/8 Quotient.
```

Hier iſt 4 die Hebezahl nach III. Verkleinerungsregel, und weil 8 und 163 ſich nicht weiter verkleinern laſſen, ſo wurden ſie zum endlichen Dividiren nach gewöhnlicher Art herabgeſchrieben.

120 in 456 dividirt, giebt den Quotienten $3\frac{4}{5}$. (Die gewöhnliche Diviſion giebt $3\frac{96}{120}$.)

```
Nämlich 120 | 456
         20 |  76
          5 |  19
        ---------
          5 |  19 | 3 4/5.
```

Hier iſt 6 die Hebezahl nach V. Verkleinerunnsregel. Es entſtehen Anfangs daraus die Quotienten 20 und 76, welche ſich weiter nach IV. Verkleinerungsregel durch 4 zu 5 und 19 herabbringen laſſen. 5 und 19 ſind als nicht weiter verkleinbar zum endlichen Dividiren herabgeſchrieben.

322 in 31234 dividirt, giebt den Quotienten 97.

```
Nämlich 322 | 31234
         46 |  4462
         23 |  2231
        -----------
         23 |  2231 | 97.
                207
               ----
               ,161
                161
               ----
                ,,,
```

Hier iſt 7 die Hebezahl nach VI. Verkleinerungsregel. Daraus entſtehen anfangs die Quotienten 46 und 4462, welche ſich weiter nach I. Verkleinerungsregel durch 2 zu 23 und 2231 herabbringen laſſen. Da 23 und 2231 ſich nicht weiter verkleinern laſſen, ſo geſchieht auch hier gleich die Herabſchreibung zum endlichen Dividiren.

34 in 2482000 dividirt, giebt den Quotienten 73000.

```
Nämlich 34 | 2482000
        17 | 1241000
        -----------------
        17 | 1241000  73000.
             119
             ,,51
               51
               ,,
```

Hier iſt 2 die Hebezahl nach I. Verkleinerungsregel, woraus die Quotienten 17 und 1241000 entſtehen, welche ſich nicht weiter verkleinern laſſen, daher zum endlichen Dividiren auf die gewöhnliche Art herabgeſchrieben ſtehen.

330 in 990 dividirt, giebt den Quotienten 3.

```
Nämlich 330 | 990
         11 | 33
          1 | 3
        ----------
          / | 3 Quotient.
```

Hier wird vor allen ein 0 im Diviſor, und eines dergleichen im Dividendus nach IX. Verkleinerungsregel geſtrichen. Es bleiben weiter zu verkleinern 33 und 99, welche nach II. Verkleinerungsregel mit 3 verkleinert, geben 11 und 33. Dieſe nach X. Verkleinerungsregel mit 11 verkleinert, geben 1 und 3. Da das Letztemal 11 als der Diviſor die Hebezahl ſelbſt war, ſo iſt der daraus entſtandene Quotient 3 der geſuchte, und ſonach gleich herabgeſchrieben worden.

Anmerkung.

Schon aus vorſtehenden Beiſpielen muß man die vortheilhafte Anwendung der Verkleinerungsregeln bei Diviſionen, beſonders, wenn ſolche mit mehrfachen Zahlen zu geſchehen haben, erkennen; noch weit vortheilhafter zeigt ſich aber dieſelbe, wie ſchon oben lit. A. erwähnt wurde, in Proportionsrechnungen bei vielen nach zuſammengeſetzten Verhältniſſen angeſetzten Zahlen, aus welchen nach einer allgemeinen Regel ein Hauptdiviſor und Dividendus durch die gewöhnliche Multiplication nur mit vieler Mühe- und Zeitaufwand gemacht werden kann, welche aber bei Anwendung der Verkleinerungen mit der goldenen Reeſiſchen Regel größtentheils hinwegfallen. Obſchon Anfänger hier noch Nichts von Proportionen verſtehen, und ihnen auch noch Nichts hievon geſagt werden kann, ſo können ſie doch hier ſchon richtig angeſetzte Proportionen bearbeiten lernen, weil ſolche

Nichts, als eine Kenntniß von Multiplication und Diviſion vorausſetzen, deren Lehren bereits gegeben ſind. Daher, um einerſeits die großen Vortheile augenfällig zu zeigen, welche aus der Anwendung der Verkleinerungsregeln entſpringen, damit Anfänger alle Luſt bekommen, dieſelben fleißig zu erlernen und ſich darin zu üben, und anderſeits in der Folge des Unterrichts leichte Beziehung hierauf machen zu können, wollen wir hier einige Proportionsexempel nach der vorher gelehrten Anwendung der Verkleinerungsregeln bei den Diviſionen bearbeiten, und Anfängern zur vollen Verſtändlichkeit nur ſagen, daß:

1) Hier nicht, wie bei den Diviſionen nur 2, ſondern 3 und mehrere Zahlen anfangs gegeben ſeyn können, um daraus eine neue Zahl zu finden, daß

2) die Zahlen Links am geraden Striche abwärts ſtehend Diviſoren, und die Zahlen gegenüber Rechts ſtehend Dividenden bedeuten, daß

3) es gleichviel ſei, ob man auf der rechten Seite eine untere und auf der linken Seite die obere Zahl, und ſo umgekehrt, mit einander zu verkleinern nehme, wenn nur immer 2 Zahlen beiderſeits mit einerlei Zahl verkleinert werden, und auch verkleinert werden können, ſo iſt es recht. Sogar kann die zu verkleinernde Zahl Links größer als jene Rechts ſeyn, daß,

4) wenn von der ſo lange, als möglich fortgeſetzten Verkleinerung Rechts und Links keine Zahlen, als nur 1, übrig bleiben, die neue Zahl immer 1 ſei, wenn aber nur Links und Rechts andere Zahlen, oder beiderſeits andere Zahlen übrig bleiben, welche nicht weiter verkleinert werden können, ſo werden ſolche Zahlen, wie bisher gelehrt wurde, herabgeſchrieben; beim Herabſchreiben hat man aber zu merken, daß da, wo 2 oder mehrere nicht weiter zu verkleinernde Zahlzeichen herabzuſchreiben ſind, ſolche vorher an ihrer Seite durch die Multiplication in ein Produkt gebracht, und die Produkte nur zum endlichen Dividiren herabgeſetzt werden dürfen, endlich bleibt Rechts vom Verkleinern nur 1 und Links eine andere Zahl, ſo iſt die neue Zahl ein Bruch. 1 wird der Zähler, die andere Zahl der Nenner.

Folgende Proportionsexempel, bei welchen Links oben ein Querſtrichlein zuerſt ſtehet, und bedeutet, daß eine neue Zahl zu ſuchen ſei, werden demnach alſo ausgearbeitet:

Anſatz.

—	18
16	10

Ausarbeitung.

—	~~18~~	
~~16~~	~~10~~	
~~8~~	9	
4	5	
4	45	$11\frac{1}{4}$

Zuerſt wurden hier beiderſeits 16 und 18 mit 2 verkleinert; ſie gaben 8 Links, und 9 Rechts. Dann wurden 8 und 10 mit 2 verkleinert; ſie gaben 4 Links, und 5 Rechts. Betrachtet man nun die übrigen Zahlen 4, 9, 5, gegen einander, ſo laſſen ſich keine 2 davon mit einerlei Zahl mehr verkleinern. Die eine Zahl 4 Links wird als Diviſor herabgeſchrieben. Die 2 andern Zahlen Rechts 9 und 5 miteinander multiplicirt, geben das herabzuſchreibende Produkt 45, welches mit 4 dividirt die neue zu ſuchen geweſene Zahl $11\frac{1}{4}$ giebt.

Anſatz.

—	39
15	245

Ausarbeitung.

—	~~39~~
~~15~~	~~245~~
~~3~~	49
1	13
	147
	49
	637 die zu ſuchen geweſene Zahl.

Hier wurden zuerſt 15 und 245 mit 5 verkleinert zu 3 und 49. Dann 3 und 39 mit 3 zu 1 und 13. Es blieben alſo nur Rechts 49 und 13, ſo nicht weiter zu verkleinern ſind, übrig. Dieſe mit einander

multiplicirt, geben das herabgeſchriebene Produkt, welches zugleich, da 1 Links nichts dividirt, die neue zu ſuchen geweſene Zahl iſt.

Anſatz.

—	
120	1
	300
1	12

Ausarbeitung.

—	1
~~120~~	30~~0~~
1	~~12~~
	1
	30 die neue Zahl.

Zuerſt wurde hier verkleinert mit beiderſeitiger Durchſtreichung eines 0 bei 120 und 300, ſo, daß dieſe 12 und 30 wurden. Dann wurden die 2 gleichen Zahlen 12 und 12 durchgeſtrichen, und dafür 1 geſetzt. Weil nur 1 auf der linken — und 30 auf der rechten Seite blieben, ſo iſt 30 als die zu ſuchen geweſene neue Zahl herabgeſchrieben.

Anſatz.

—	315
42	60
1	1
18	1

Ausarbeitung.

—	~~315~~
~~42~~	~~60~~
1	1
~~18~~	1
~~9~~	~~30~~
~~3~~	~~10~~
~~21~~	5
~~7~~	~~105~~
1	~~15~~
	5
	25 die neue Zahl.

Hier wurde zuerſt 18 und 60 mit 2 zu 9 und 30 verkleinert, dann 9 und 30 mit 3 zu 3 und 10. Hernach 10 und 42 mit 2 zu 5 und 21 — 21 und 315 mit 3 zu 7 und 105 — 7 und 105 mit 7 zu 1 und 15 — 3 und 15 mit 3 zu 1 und 5. Es bleiben alſo nur Rechts 5 und 5, ſo nicht weiter zu ver-

kleinern ſind, übrig. Dieſe mit einander multiplicirt, geben das herabgeſchriebene Produkt 25, welches, da 1 Links Nichts dividirt, zugleich die zu ſuchen geweſene neue Zahl iſt.

Anſatz.

—	1
10	640
1	9

Ausarbeitung.

—	1
1~~0~~	64~~0~~
1	9

576 die neue Zahl.

Hier wurde die neue Zahl nur Mittelſt Durchſtreichung eines 0 Rechts und Links, und, weil 1 Links Nichts dividirt, mit Herabſchreibung des Produkts aus 9 und 64 geſchwind erfunden.

Anſatz.

—	1510
3	10
60	1

Ausarbeitung.

—	151~~0~~
3	1~~0~~
~~6~~~~0~~	1
3	5

9	3 7 5,5	$83\frac{8}{9}$ die neue Zahl.

Hier wurde zuerſt die Verkleinerung mit Streichung eines 0 von 60 und 1510 angefangen, daß 6 und 151 geblieben ſind, dann wurde 6 und 10 mit 2 zu 3 und 5 verkleinert. Da die Links gebliebenen 3 und 3 und Rechts gebliebenen 151 und 5 nicht mehr zu verkleinern ſind, ſo wurden dieſelben beiderſeits durch die Multiplication in einzelne Produkte gebracht, und zum endlichen Dividiren herabgeſchrieben.

Anſatz.

—	1
32	1
90	12
1	60

Ausarbeitung.

—	1
~~32~~	1
~~90~~	~~12~~
1	~~60~~
~~8~~	~~3~~
~~3~~	~~2~~
4	1

1/4 die neue Zahl.

Hier wurde zuerſt mit Streichung eines 0 von 90 und 60 angefangen, dann 32 und 12 mit 4 zu 8 und 3 verkleinert, hernach 6 und 9 mit 3 zu 2 und 3. Hierauf 8 und 2 mit 2 zu 4 und 1. Endlich 3 und 3 mit 3 aufgelößt. Es blieb 1 Rechts und 4 Links, d. h. 1/4 als neue Zahl.

Anſatz.

—	130
8	135
225	1
39	4

Ausarbeitung.

—	~~130~~
8	~~135~~
~~225~~	1
~~39~~	~~4~~
~~2~~	1
~~45~~	~~26~~
~~13~~	~~45~~
1	~~13~~
1	1
1	1
,	1 die neue Zahl.

Hier wurde zuerſt 4 und 8 mit 4 zu 1 und 2 verkleinert, dann 225 und 130 mit 5 zu 45 und 26. Hernach 39 und 135 mit 3 zu 13 und 45. Hierauf 2 und 26 mit 2 zu 1 und 13. Endlich wurde für 45 und 45 — 13 und 13 beiderſeits nur 1 geſetzt. Da nach möglichſt fortgeſetzten Verkleinerungen weder Links noch Rechts eine Zahl außer 1 mehr ungeſtrichen erſichtlich iſt, ſo iſt 1 die zu ſuchen geweſene neue Zahl.

Verſchiedene Beiſpiele zur Übung im Dividiren mit und ohne Anwendung der Verkleinerungsregeln.

Was iſt die Hälfte oder Halbſcheid von 101170? oder, welches eben das iſt, was iſt der Quotient, wenn ich 2 in 101170 dividire? Antwort 50585.

Welches iſt der dritte Theil aus 62500 genommen? oder, welches iſt der Quotient, wenn ich 3 in 62500 dividire? Antwort $20833\frac{1}{3}$.

7 in 150038 dividirt, giebt den Quotienten 21434.

7 in 6302806	=	=	=	=	$900400\frac{6}{7}$.
17 in 56664	=	=	=	=	$3333\frac{3}{17}$.
32 in 75328	=	=	=	=	2354.
60 in 340	=	=	=	=	$5\frac{2}{3}$.
190 in 11213439100		=	=	=	$59018100\frac{10}{19}$.
4162 in 67008	=	=	=	=	$16\frac{208}{2081}$.
51300 in 84225000		=	=	=	$1641\frac{417}{513}$.
10000 in 17285000		=	=	=	$1728\frac{1}{2}$.

§. 40.

Probe über die Diviſion und Multiplication,

und zwar

a) über die Diviſion.

Die beſte und ſicherſte Probe über die Diviſion geſchieht durch die Multiplication; denn da aus zweien Zahlen durch die Diviſion ein Quotient erfunden wurde, welcher anzeigt, wie viel mal eine Zahl von der andern gerade aus abgezogen, oder jene in dieſe gerade aus getheilt worden ſei, ſo darf man nur den Quotienten mit dem Diviſor multipliciren, das Produkt muß den ganzen Dividendus geben, wenn recht dividirt worden iſt. Auf dieſe Art werden nämlich die gleichgroßen Theile, welche bei jeder einzelnen gleichen Austheilung zu machen geweſen wären, wieder auf ihre Summe zurückgebracht, welche der Dividendus iſt. Daher

hat man auch zu merken, wenn der Quotient einen Bruch mitenthält, ſo iſt immer zuletzt der Zähler, welcher die reſtigen Ganzen von der Diviſion unter Bruchsgeſtalt anzeigt, dem Produkte einzuzählen, damit der ganze Dividendus herauskömmt. Hat man die Diviſion nach den Verkleinerungsregeln gemacht, ſo muß der Zähler des Bruchs mit der Hebezahl multiplicirt, und das Produkt hievon dem Hauptprodukte eingezählt werden. Desgleichen müſſen auch die bei der Diviſion am Ende des Diviſors geſtrichen geweſenen Nullen dem Produkte beigeſetzt, oder bei der Multiplication zum Diviſor mit genommen werden, z. B.

5 dividirt in 865 nach und ohne Verkleinerungsregeln dividirt, giebt den Quotienten 173.

Probe.

Der Quotient 173 multiplicirt
mit dem Diviſor 5
giebt 865 den Dividendus, alſo iſt recht dividirt worden.

4 dividirt in 858 giebt nach den Verkleinerungsregeln dividirt, zum Quotienten $214\frac{1}{2}$.
ohne = = = = = = = = = $214\frac{2}{4}$.

Probe.

Der Quotient 214 multiplicirt
mit dem Diviſor 4
giebt 856. Hiezu 2 addirt als den Zähler des Bruchs vom untern Quotienten.
Vom obern Quotienten wird der Zähler 1 mit 2, weil 2 die Hebezahl war, multiplicirt es giebt auch 2.

Alſo 856
2 hiezu addirt,
kommt heraus 858 der Dividendus.

371 in 374230 ohne Verkleinerungsregel dividirt, giebt zum Quotienten $1008\frac{262}{371}$.

Probe.

Der Quotient 1008 multiplicirt
mit dem Diviſor 371

```
      1008
     7056
    3024
giebt 373968. Hiezu addirt den Zähler des Bruchs vom Quotienten,
       262
kommt 374230 der ganze Dividendus heraus, alſo iſt recht dividirt.
```

60 in 494 dividirt, giebt zum Quotienten $8\frac{14}{60}$.

```
Probe.  8
       60
      480
       14 hinzu addirt,
      494 Dividendus.
```

4000 in 84131 dividirt, giebt zum Quotienten $21\frac{131}{4000}$.

```
Probe. 21
     4000
    84000
      131 hinzu addirt, giebt
    84131 den Dividendus.
```

1000 in 89000 dividirt, giebt zum Quotienten 89.
Die Probe iſt hier geſchwind gemacht mit Beiſetzung der Nullen des Diviſors zum Quotienten als 89000.

Probe b) über die Multiplication.

Oben §. 33 hieß es: die ſicherſte Probe über die Multiplication iſt die Diviſion, welche alſo geſchieht: Da das Umgekehrte der Diviſion die Multiplication iſt, weil dadurch aus 2 Zahlen 1 Produkt erfunden wurde,

welches anzeigt, daß die eine Zahl ſo viel mal, oder ſo oft genommen, oder zu ſich ſelbſt geſetzt worden ſei, als die andere beſtimmt, ſo darf man nur eine von den 2 Zahlen in das Produkt dividiren; der Quotient muß, wenn recht multiplicirt wurde, die andere geben, und zwar den Multiplicandus, wenn der Multiplicator zum Diviſor — den Multiplicator, wenn der Multiplicandus zum Diviſor gemacht worden iſt. Auf dieſe Art wird nämlich der eine Faktor von dem Produkte gerade aus abgezogen, oder genommen, ſo, daß der Quotient der andere Faktor ſeyn muß; z. B.

345678 mit 5 multiplicirt, giebt das Produkt 1728390.

```
          |   2 2 3 3 4   |
Probe.  5 | 1 7,2,8,3,9,0, |  dividirt, giebt den Multiplicandus 345678;
```

oder

```
345678|1728390|  dividirt, giebt den Multiplicator 5; alſo iſt hier richtig multiplicirt worden.
       1728390
      ---------
       '''''''
```

7256 mit 314 multiplicirt, giebt das Produkt 2278384.

```
Probe. 7256|2 2 7 8 3,8,4,|  dividirt, giebt den Multiplicator 314. Alſo giebt auch 314
           |2 1 7 6 8     |  in 2278348 dividirt den Multiplicandus 7256, mit-
            -----------      hin iſt auch hier richtig multiplicirt worden.
           ,1 0 1 5 8
              7 2 5 6
            -----------
              2 9 0 2 4
              2 9 0 2 4
            -----------
              ' ' ' ' '
```

I. Tabelle zur Uebung,

jede angeſchriebene ganze Zahl nach dem Zehnzahlenſyſtem bald verſtehen, und geläufig ausſprechen zu lernen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	110	210	310	410	510	610	710	810	910	1,000	10,000	100,000	1,000,000	10,000,000	100,000,000	1,000,000,000	10,000,000,000	100,000,000,000	1,000,000,000,000
10	20	30	40	50	60	70	80	90	111	211	311	411	511	611	711	811	911	1,111	11,111	111,111	1,111,111	11,111,111	111,000,000	1,110,000,234	11,000,000,000	101,101,202,303	1,100,000,000,002
11	21	31	41	51	61	71	81	91	112	212	312	412	512	612	712	812	912	2,010	12,010	222,222	1,020,030	22,222,222	236,097,006	2,781,413,000	22,300,000,000	230,450,770,890	2,340,000,000,056
12	22	32	42	52	62	72	82	92	113	213	313	413	513	613	713	813	913	3,705	13,100	301,070	2,305,406	30,405,060	301,500,760	3,149,701,080	31,230,000,000	345,678,912,345	3,456,000,000,789
13	23	33	43	53	63	73	83	93	114	214	314	414	514	614	714	814	914	4,011	14,580	480,701	3,000,040	43,070,809	450,067,088	4,007,009,700	45,678,000,000	400,500,600,700	4,567,800,009,123
14	24	34	44	54	64	74	84	94	115	215	315	415	515	615	715	815	915	5,900	20,099	500,800	4,027,013	57,707,066	500,600,700	5,505,670,800	56,789,100,000	500,006,000,007	5,978,910,023,456
15	25	35	45	55	65	75	85	95	116	216	316	416	516	616	716	816	916	6,019	27,000	666,666	5,006,007	66,004,000	654,321,987	6,600,000,000	67,891,230,000	678,912,345,678	6 789,123,456,789
16	26	36	46	56	66	76	86	96	117	217	317	417	517	617	717	817	917	7,008	30,417	700,008	6,700,400	70,830,111	706,504,302	7,682,643,524	78,987,654,000	777,888,999,111	7,060,504,030,020
17	27	37	47	57	67	77	87	97	118	218	318	418	518	618	718	818	918	8,818	31,005	908,510	7,000,208	89,000,907	870,650,450	8,072,011,022	89,123,456,700	800,000,721,312	8,009,007,006,005
18	28	38	48	58	68	78	88	98	119	219	319	419	519	619	719	819	919	9,027	40 000	870,013	8,888,888	99,999,999	999,999,999	9,305,603,708	91,234,567,890	934,000,761,000	9,000,800,070,090
19	29	39	49	59	69	79	89	99	120	220	320	420	520	620	720	820	920	1,001	42,819	347,507	9,220,330	10,101,100	225,000,000	1,230,450,670	51,432,678,911	876,543,000,719	8,881,777,166,655
100	200	300	400	500	600	700	800	900	121	221	321	421	521	621	721	821	921	2,222	50 000	730,848	1,001,002	25,003,046	900,000,000	2,345,678,910	44,333,222,555	700,800,900,666	7,000,090,500,010
101	201	301	401	501	601	701	801	901	122	222	322	422	522	622	722	822	922	3,085	59,071	444,444	2,770,777	34,200,022	682,634,542	3,000,000,002	20,204,506,708	666,540,123,450	6,078,905,712,314
102	202	302	402	502	602	702	802	902	123	223	323	423	523	623	723	823	923	4,700	60,000	900,099	3,083,003	45,678,910	786,654,321	4,340,780,010	63,090,080,070	505,608,900,000	5,640,371,200,010
103	203	303	403	503	603	703	803	903	124	224	324	424	524	624	724	824	924	5,070	66,666	890,117	4,567,890	50,100,200	500,006,789	5,004,701,800	77,007,001,001	444,333,222,101	4,555,677,788,899
104	204	304	404	504	604	704	804	904	125	225	325	425	525	625	725	825	925	6,100	70,811	637,705	5,100,500	69,012,034	431,810,001	6,321,450,789	80,000,700,000	300,000,400,000	3,333,333,333,333
105	205	305	405	505	605	705	805	905	126	226	326	426	526	626	726	826	926	7,007	77,008	200,225	6,505,401	77,777,777	312,800,208	7,012,034,000	97,000,080,010	222,002,020,719	2,232,370,000,050
106	206	306	406	506	606	706	806	906	127	227	327	427	527	627	727	827	927	8,101	80,000	303,660	7,040,091	88,444,333	222,333,444	8,000,700,822	21,700,008,700	109,660,004,000	1,010,101,101,101
107	207	307	407	507	607	707	807	907	128	228	328	428	528	628	728	828	928	9,330	85,880	410,909	8,112,111	96,044,006	111,111,111	9,990,999,900	33,010,020,211	700,000,524,015	9,000,900,900,909
108	208	308	408	508	608	708	808	908	129	229	329	429	529	629	729	829	929	3,090	90,000	505,050	9,081,070	10,004,001	808,000,070	1,111,111,111	44,444,444,444	562,384,703,129	8,700,090,006,000
109	209	309	409	509	609	709	809	909	130	230	330	430	530	630	730	830	930	4,504	99,999	770,707	1,807,695	21,403,060	900,099,100	2,030,004,050	51,111,002,202	690,107,210,320	7,777,666,555,444

3,480,756,842,357,050,789 — 3,795,000,430,068,700,053,100 — 5,730,800,410,005,600,004,000,004 — 987,654,321,020,300,045,678,987,065,432.

II. Tabelle

zur leichten Erlernung der allgemeinen Rechentafel, des ſogenannten Einmal=Eins, worin kurz ausgeſprochen wird, wie viel eine und die nämliche Zahl, ein= bis zehnmal genommen, ſei, oder ausmache. Auch dieſes Einmal=Eins iſt nach dem Zehnzahlenſyſtem eingerichtet, und kann nach der zehnmal ſtärker ſteigenden Bedeutung der Zahlen bis ins Unendliche tabellariſch fortgeſetzt werden, welches aber nicht nothwendig iſt, weil, wenn man einmal weis, wie viel jede der Zahlen, von 1 bis 10 ein= bis zehnmal genommen, ſei, eben ſo leicht und geſchwind, ja ſicherer vor Fehler nach den Grundregeln der Multiplication ohne Tabelle ſchon erfinden kann, wie viel z. B. 11, 12 ꝛc. ein= bis zehnmal genommen, ſeien. Doch wollen wir zum Überfluſſe für jene, welche ſich recht große Fertigkeit im Einmal=Eins erwerben wollen, ſolches nur von 11 bis 20 und 21 bis 30 beſonders tabellariſch fortgeſetzt zum auswendig lernen nachſetzen, und zum Unterſchiede erſteres das kleine — letzteres das große Einmal=Eins heißen.

A. Das kleine Einmal=Eins vorwärts.

1 mal 1 iſt 1	3 mal 3 iſt 9	5 mal 5 iſt 25	8 mal 8 iſt 64
2 = 2 = 2	3 = 4 = 12	5 = 6 = 30	8 = 9 = 72
1 = 3 = 3	3 = 5 = 15	5 = 7 = 35	8 = 10 = 80
1 = 4 = 4	3 = 6 = 18	5 = 8 = 40	
1 = 5 = 5	3 = 7 = 21	5 = 9 = 45	9 mal 9 iſt 81
1 = 6 = 6	3 = 8 = 24	5 = 10 = 50	9 = 10 = 90
1 = 7 = 7	3 = 9 = 27		
1 = 8 = 8	3 = 10 = 30	6 mal 6 iſt 36	10 mal 10 iſt 100
1 = 9 = 9		6 = 7 = 42	
1 = 10 = 10	4 mal 4 iſt 16	6 = 8 = 48	
	4 = 5 = 20	6 = 9 = 54	
2 mal 2 iſt 4	4 = 6 = 24	6 = 10 = 60	
2 = 3 = 6	4 = 7 = 28		
2 = 4 = 8	4 = 8 = 32	7 mal 7 iſt 49	
2 = 5 = 10	4 = 9 = 36	7 = 8 = 56	
2 = 6 = 12	4 = 10 = 40	7 = 9 = 63	
2 = 7 = 14		7 = 10 = 70	
2 = 8 = 16			
2 = 9 = 18			
2 = 10 = 20			

B. Das kleine Einmal=Eins rückwärts.

1 mal 1 iſt 1	3 mal 3 iſt 9	5 mal 5 iſt 25	8 mal 8 iſt 64
2 = 1 = 2	4 = 3 = 12	6 = 5 = 30	9 = 8 = 72
3 = 1 = 3	5 = 3 = 15	7 = 5 = 35	10 = 8 = 80
4 = 1 = 4	6 = 3 = 18	8 = 5 = 40	
5 = 1 = 5	7 = 3 = 21	9 = 5 = 45	9 mal 9 iſt 81
6 = 1 = 6	8 = 3 = 24	10 = 5 = 50	10 = 9 = 90
7 = 1 = 7	9 = 3 = 27		
8 = 1 = 8	10 = 3 = 30	6 mal 6 iſt 36	10 mal 10 iſt 100
9 = 1 = 9		7 = 6 = 42	
10 = 1 = 10	4 mal 4 iſt 16	8 = 6 = 48	
	5 = 4 = 20	9 = 6 = 54	
2 mal 2 iſt 4	6 = 4 = 24	10 = 6 = 60	
3 = 2 = 6	7 = 4 = 28		
4 = 2 = 8	8 = 4 = 32	7 mal 7 iſt 49	
5 = 2 = 10	9 = 4 = 36	8 = 7 = 56	
6 = 2 = 12	10 = 4 = 40	9 = 7 = 63	
7 = 2 = 14		10 = 7 = 70	
8 = 2 = 16			
9 = 2 = 18			
10 = 2 = 20			

C. Das kleine Einmal=Eins vor= und rückwärts zu leſen und lernen in eine kurze Tabelle gebracht.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3		9	12	15	18	21	24	27	30
4			16	20	24	28	32	36	40
5				25	30	35	40	45	50
6					36	42	48	54	60
7						49	56	63	70
8							64	72	80
9								81	90
10									100

D. Das große Einmal=Eins von 11 bis 20 in eine kurze Tabelle gebracht.

1	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200

E. Das große Einmal=Eins von 21 bis 30 in eine kurze Tabelle gebracht.

1	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
2	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
3	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90
4	84	88	92	96	100	104	108	112	116	120
5	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
6	126	132	138	144	150	156	162	168	174	180
7	147	154	161	168	175	182	189	196	203	210
8	168	176	184	192	200	208	216	224	232	240
9	189	198	207	216	225	234	243	252	261	270
10	210	220	230	240	250	260	270	280	290	300

Dieſe kurze Tabelle iſt alſo zu verſtehen: wenn ich wiſſen will, wie viel z. B. 5 mal 8 iſt, ſo ſehe ich in der erſten Reihe linker Hand herunter das Fach, worin 5 ſtehet: in dieſem Fache gehe ich ſo lange fort, bis 8 von der obern Reihe herunterwärts auch in dieſes Fach weißt. Ich ſehe 40. Dies iſt 5 mal 8.

Staatsbibliothek Bamberg Bibl. Hist. Ver.

B.GÖRICH
Siemensstraße 8
35041 Marburg/L
Tel.: 0 64 21/8 13 99
Fax: 0 64 21/8 48 59
BUCHBINDEREI

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schumm, Franz Michael,

Entwurf eines gemeinfaßlichen, gründlichen und vollständigen Unterrichts in der gemeinen Rechenkunst theoretisch und praktisch bearbeitet und in einzelnen Heften nach und nach herausgegeben
Bd.: 1

Bamberg 1817

Bamberg, Staatsbibliothek -- HV.H.Bbg.905
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11693514-3